Proceeding Galuh Mathematics National Conference
Vol. 5 No.1 2025 | Hal 175-187 | ISSN: 3032-2588
https://jurnal.unigal.ac.id/GAMMA-NC/article/view/19314

BERPIKIR ALJABAR DALAM KONTEKS DIGITAL: STUDI EKSPLORATIF PADA MAHASISWA PENDIDIKAN TINGGI

Masnia[1*], Emy Sohilait[2], Hendy Yusman Firdaus[3]
Universitas Media Nusantara Citra Jakarta[1]
STKIP Gotong Royong Masohi[2]
Universitas Mercu Buana, Jakarta[3]
Email: m_nia83@yahoo.com

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi bentuk-bentuk berpikir aljabar yang muncul dalam konteks digital melalui pengembangan aplikasi aljabar linier oleh mahasiswa pendidikan tinggi. Dua mahasiswa dari program studi Teknik Informatika berpartisipasi dalam penelitian ini dan diminta untuk merancang serta mengimplementasikan aplikasi digital yang merepresentasikan konsep-konsep dasar aljabar linier. Metode penelitian yang digunakan adalah studi eksploratif kualitatif, dengan data dikumpulkan melalui dokumentasi proses pengembangan aplikasi, analisis kode program, dan hasil tes tertulis. Analisis data dilakukan secara tematik berdasarkan indikator berpikir aljabar yang mencakup berpikir struktural, simbolik, dan relasional. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa mampu menerjemahkan konsep-konsep aljabar linier ke dalam bentuk algoritmik, terutama dalam operasi matriks, transpose, dan determinan. Namun, ditemukan pula kekeliruan dalam penerapan konsep seperti matriks identitas dan ekspansi minor-kofaktor. Produk digital yang dihasilkan menunjukkan bahwa konteks teknologi mendorong munculnya representasi visual dan prosedural yang mendalam. Perbandingan antara hasil tes tertulis dan struktur aplikasi mengindikasikan adanya konsistensi dalam pemahaman, meskipun belum sepenuhnya menyeluruh. Penelitian ini memberikan kontribusi terhadap pengembangan strategi pembelajaran matematika berbasis teknologi yang tidak hanya menekankan hasil, tetapi juga proses berpikir aljabar yang kompleks.

Kata Kunci: Aljabar Linier, Aplikasi Digital, Berpikir Aljabar, Pembelajaran Berbasis Teknologi, Representasi Matematis

Dikirim: Mei 2025; Diterima: Juni 2025; Dipublikasikan: Juni 2025
Cara sitasi: Masnia., Sohilait, E., & Firdaus, H. Y. (2025). Berpikir Aljabar dalam Konteks Digital: Studi Eksploratif pada Mahasiswa Pendidikan Tinggi. *Proceeding Galuh Mathematics National Conference*, *5*(1), 175-187.

PENDAHULUAN

Kemampuan berpikir aljabar memiliki peran fundamental dalam pendidikan tinggi, terutama dalam mendukung perkembangan intelektual mahasiswa di berbagai disiplin ilmu. Pemikiran aljabar melibatkan kemampuan untuk memahami, menganalisis, dan menyelesaikan masalah dengan menggunakan representasi simbolik serta manipulasi variabel dan persamaan, yang secara langsung berkontribusi pada peningkatan kapasitas analitis dan logis individu. Berbagai studi menunjukkan bahwa berpikir aljabar mendukung perkembangan proses kognitif tingkat tinggi, seperti penalaran, generalisasi, dan abstraksi, yang sangat penting dalam studi lanjutan matematika dan sains(Chimoni, 2017; Masnia *et al*., 2023; Žakelj *et al*., 2024). Selain itu, keterampilan ini memperkuat kemampuan pemecahan masalah kompleks dengan memungkinkan representasi sistematis dari situasi matematis (Kusuma *et al*., 2024; Rahmawati, 2018). Dalam konteks lintas disiplin, pemikiran aljabar terbukti krusial dalam bidang teknik, teknologi, dan ilmu komputer, karena mendasari pemahaman terhadap konsep-konsep teknis yang bersifat abstrak (Adeniran *et al*., 2023; Cerone & Lermer, 2021; Paideya, 2011). Lebih jauh, pendekatan pedagogis inovatif yang menekankan pada teknologi dan konteks realistis telah terbukti meningkatkan kualitas berpikir aljabar, memperkuat pemahaman serta efikasi diri siswa dalam menghadapi tugas matematis (Kusuma *et al*., 2024; Masnia *et al*., 2025; Mustaffa, 2017; Suhaedi, 2020; Takács *et al*., 2024). Keterampilan berpikir aljabar juga menjadi dasar penting dalam pengembangan kemampuan berpikir kritis dan pembelajaran sepanjang hayat, yang mendukung kesiapan mahasiswa dalam menghadapi tantangan profesional dan intelektual masa depan (Al-Hammoud *et al*., 2018; Babic *et al*., 2021; Paideya, 2011)

Perkembangan teknologi digital telah secara mendasar mengubah lanskap pembelajaran matematika, mencakup aspek pengajaran, pembelajaran, dan penilaian. Transformasi ini menuntut peran aktif guru dalam mengembangkan kompetensi baik dalam bidang matematika maupun digital, sekaligus berfungsi sebagai perancang sumber daya digital yang efektif (Weigand *et al*., 2024). Pengintegrasian teknologi ke dalam proses pembelajaran tidak hanya memerlukan ketersediaan perangkat, tetapi juga pelatihan profesional yang menekankan pada perencanaan dan strategi pedagogi yang relevan (Goos & Bennison, 2008). Di sisi siswa, penggunaan teknologi seperti tablet dan papan tulis digital terbukti mampu meningkatkan motivasi serta keterlibatan mereka dalam aktivitas belajar (Abu & Kribushi, 2022; Wong & Yip, 2022). Pendekatan ini memungkinkan terjadinya pembelajaran interaktif dan eksploratif yang tidak dapat dicapai melalui metode konvensional (Calder, 2011). Lebih jauh, alat seperti perangkat lunak geometri dinamis dan teknologi realitas virtual memperkaya cara siswa mengeksplorasi konsep ruang dan bentuk serta mendukung pembelajaran berbasis bahasa matematika (Calder, 2011; Korenova *et al*., 2024; Levinsen & Sørensen, 2018). Dalam hal penilaian, teknologi menyediakan sistem formatif yang adaptif, memungkinkan penyediaan umpan balik personalisasi yang meningkatkan kemampuan konseptual dan pemecahan masalah siswa (Weigand *et al*., 2024; Wong & Yip, 2022). Namun demikian, keberhasilan transformasi ini sangat bergantung pada akses yang merata terhadap teknologi dan pelatihan yang memadai bagi tenaga pendidik (Goos & Bennison, 2008; Nupen & Jagernath, 2024). Meskipun berbagai studi telah menyoroti pentingnya kemampuan berpikir aljabar serta potensi teknologi digital dalam pembelajaran matematika, kajian yang secara khusus menelusuri integrasi teknologi digital dalam pengembangan kemampuan berpikir aljabar pada mahasiswa di pendidikan tinggi masih terbatas. Terutama, belum banyak penelitian yang mengeksplorasi bagaimana pendekatan pedagogis berbasis teknologi dapat secara efektif mendukung proses representasi simbolik, generalisasi, dan abstraksi yang menjadi inti dari berpikir aljabar.

Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi bentuk-bentuk berpikir aljabar yang muncul dalam konteks digital, khususnya saat mahasiswa pendidikan tinggi mengembangkan aplikasi berbasis konsep aljabar linier. Fokus utama diarahkan pada bagaimana mahasiswa merepresentasikan konsep-konsep matematis ke dalam struktur algoritmik, serta bagaimana proses tersebut mencerminkan kemampuan berpikir aljabar yang mencakup aspek struktural, simbolik, dan

relasional. Selain itu, penelitian ini bertujuan untuk mengkaji hubungan antara pemahaman konseptual yang ditunjukkan melalui tes tertulis dan produk digital yang dihasilkan, guna memahami sejauh mana keterlibatan teknologi digital dapat mendukung atau memperkuat proses berpikir aljabar mahasiswa.

Definisi dan komponen berpikir aljabar

Berpikir aljabar merupakan proses kognitif yang menggunakan simbol-simbol matematika, variabel, dan aturan untuk menyelesaikan masalah, menganalisis hubungan, serta mengidentifikasi pola dalam konteks matematika (Pramuditya & Masduki, 2025; Rahmawati, 2018). Proses ini mencakup kemampuan untuk menganalisis, membuat generalisasi, memecahkan masalah, memprediksi, membenarkan, membuktikan, serta memodelkan berbagai situasi (Mustaffa, 2017). Berpikir aljabar tidak dapat dipisahkan dari sejumlah komponen esensial yang saling mendukung dan membentuk struktur berpikir yang kompleks. Komponen-komponen ini memungkinkan individu untuk memahami konsep-konsep matematika secara konseptual dan aplikatif.

1. Generalisasi

Generalisasi merupakan proses utama dalam berpikir aljabar yang melibatkan identifikasi pola dan penyusunan aturan umum dari pola tersebut (Rahmawati, 2018; Ureña, 2024). Kemampuan ini memungkinkan siswa untuk berpindah dari contoh-contoh spesifik menuju pemahaman abstrak yang lebih luas. Generalisasi dapat berupa narasi verbal maupun ekspresi simbolik, dan menjadi landasan dalam mengembangkan rumus atau relasi matematika. Proses ini juga membantu dalam mengidentifikasi kesamaan struktur dalam berbagai situasi matematis yang berbeda.

2. Representasi

Representasi merujuk pada penggunaan berbagai bentuk penyajian, baik visual, simbolik, maupun verbal, untuk menggambarkan konsep atau situasi matematika(Moseley & Brenner, 2009; Rahmawati, 2018; Wettergren, 2022). Kemampuan merepresentasikan suatu masalah ke dalam model matematika, grafik, tabel, atau bentuk simbolik sangat penting dalam membangun pemahaman mendalam. Representasi yang tepat juga mendukung transisi dari pemikiran konkret menuju pemikiran abstrak, yang menjadi karakteristik utama dalam aljabar.

3. Pemecahan Masalah (*Problem Solving*)

Komponen ini mencakup kemampuan untuk mengidentifikasi, merumuskan, dan menyelesaikan masalah menggunakan strategi yang logis dan sistematis(Kenney & Ntow, 2024; Rahmawati, 2018; Wu, 2017). Dalam konteks aljabar, pemecahan masalah sering kali melibatkan penyusunan persamaan atau pertidaksamaan yang merepresentasikan situasi tertentu. Kegiatan ini tidak hanya menuntut pemahaman prosedural, tetapi juga mengembangkan fleksibilitas berpikir dalam memilih pendekatan yang sesuai.

4. Penalaran (*Reasoning*)

Penalaran dalam berpikir aljabar berkaitan dengan proses berpikir logis yang digunakan untuk membuat dan mengevaluasi argumen matematika (Chrysostomou, 2019; Rahmawati, 2018; Sibgatullin, 2022). Penalaran melibatkan aktivitas inferensial, seperti membuat kesimpulan dari premis yang diberikan, menjelaskan keterkaitan antar konsep, serta memberikan pembenaran terhadap prosedur dan solusi. Penalaran ini dapat bersifat deduktif maupun induktif dan menjadi dasar dalam pembuktian matematis.

5. Pemodelan (*Modelling*)

Pemodelan adalah proses menerjemahkan situasi dunia nyata ke dalam bentuk matematis dengan menggunakan simbol dan variabel aljabar(Booker, 2010; Chrysostomou, 2019; Rahmawati, 2018). Pemodelan mengintegrasikan berbagai komponen berpikir aljabar, seperti representasi dan generalisasi, untuk menghasilkan solusi yang bermakna. Melalui pemodelan, siswa dapat menghubungkan konsep matematika dengan konteks kehidupan sehari-hari, sehingga meningkatkan relevansi dan keterampilan aplikatif mereka.

6. Pemikiran Fungsional (*Functional Thinking*)

Pemikiran fungsional merupakan kemampuan untuk memahami hubungan antara dua variabel dan bagaimana perubahan satu variabel memengaruhi yang lainnya (Pramuditya & Masduki, 2025; Ureña, 2024). Komponen ini penting dalam memahami konsep fungsi, grafik, dan pola pertumbuhan. Pemikiran fungsional membantu siswa dalam membangun pemahaman dinamis terhadap perubahan dan keterkaitan dalam sistem matematika, dan menjadi dasar penting dalam eksplorasi lebih lanjut terhadap kalkulus dan aljabar lanjut

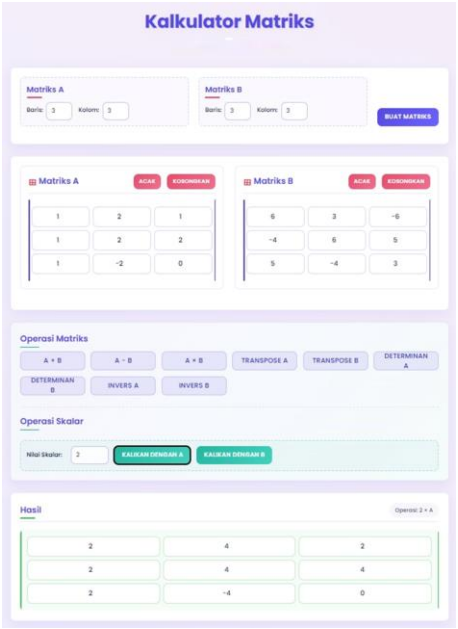
METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan desain studi eksploratif, bertujuan untuk mengidentifikasi dan menganalisis bentuk-bentuk berpikir aljabar yang muncul saat mahasiswa mengembangkan aplikasi digital berbasis konsep aljabar linier. Pendekatan ini dipilih karena memungkinkan peneliti untuk memahami secara mendalam fenomena yang kompleks dalam konteks nyata (Creswell, 2014). Subjek penelitian terdiri atas dua mahasiswa program studi Teknik Informatika di Universitas Dian Nusantara Jakarta, yang telah menyelesaikan mata kuliah Aljabar Linier dan memiliki kemampuan dasar dalam pemrograman.

Proses penelitian dilaksanakan dalam tiga tahap utama yang berlangsung dari bulan Februari hingga Mei pada semester genap tahun akademik 2024/2025. Pertama, mahasiswa diminta merancang aplikasi yang memuat fitur-fitur dasar aljabar linier, seperti operasi matriks, perhitungan determinan, dan penyelesaian sistem persamaan linier. Aktivitas perancangan ini didokumentasikan melalui catatan desain dan log aktivitas pengembangan. Kedua, mahasiswa mengimplementasikan rancangan tersebut ke dalam aplikasi digital dengan bahasa pemrograman pilihan masing-masing, sesuai dengan kenyamanan dan kompetensi mereka. Aplikasi yang dikembangkan diuji dengan skenario yang disiapkan oleh peneliti untuk memastikan akurasi dan kesesuaian hasil dengan prinsip-prinsip aljabar linier. Ketiga, setelah pengembangan aplikasi selesai, mahasiswa mengerjakan tes tertulis yang dirancang untuk mengukur pemahaman konsep aljabar linier, mencakup aspek representasi simbolik, numerik, dan struktural.

Data penelitian dikumpulkan dari dokumen perancangan aplikasi, kode program, hasil pengujian aplikasi, serta hasil tes tertulis. Analisis data dilakukan secara tematik untuk mengidentifikasi pola berpikir aljabar yang tercermin dalam aktivitas digital mahasiswa, dengan penekanan pada kemampuan dalam mengenali struktur, membangun relasi antar konsep, dan menerjemahkan simbol matematika dalam bentuk algoritmik (Bogdan, 1975). Validitas data dijaga melalui triangulasi sumber data dan teknik analisis, serta diskusi dengan rekan sejawat untuk memastikan kredibilitas temuan (Lincoln & Guba, 1985).

HASIL DAN PEMBAHASAN



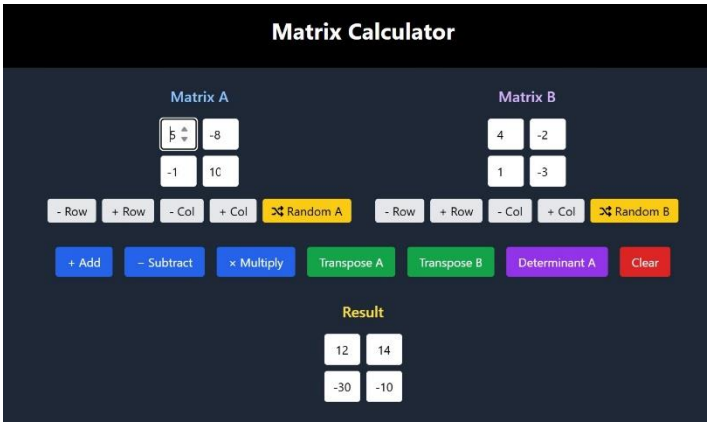
Gambar 1. Produk Digital Mahasiswa A

Aplikasi yang dikembangkan oleh mahasiswa *Gambar 1* merupakan sebuah kalkulator matriks berbasis web yang dirancang untuk merepresentasikan berbagai konsep dasar aljabar linier melalui pendekatan visual, interaktif, dan prosedural. Aplikasi ini berfungsi sebagai sarana bagi pengguna untuk membangun pemahaman konseptual terhadap struktur matriks dan operasi-operasi yang berlaku di dalamnya. Pengguna dapat menentukan sendiri jumlah baris dan kolom dari dua buah matriks, yaitu Matriks A dan Matriks B, kemudian mengisi elemen-elemen matriks tersebut baik secara manual maupun menggunakan fitur otomatis melalui tombol "Acak". Opsi "Kosongkan" juga tersedia untuk mereset elemen-elemen matriks sehingga pengguna dapat memulai eksperimen baru tanpa hambatan.

Fitur utama yang disediakan meliputi berbagai operasi dasar dalam aljabar linier, antara lain penjumlahan dua matriks $(A + B)$, pengurangan $(A - B)$, perkalian matriks $(A \times B)$, transpose dari masing-masing matriks, perhitungan determinan, serta invers jika matriks bersifat invertibel. Setiap operasi hanya memerlukan satu klik untuk dijalankan, dan hasilnya langsung disajikan dalam bentuk tabel yang tersusun rapi di bagian bawah aplikasi. Hal ini membantu pengguna dalam mengamati dan membandingkan hasil transformasi data berdasarkan operasi yang diterapkan.

Selain operasi antar-matriks, aplikasi juga mendukung operasi skalar, yakni mengalikan seluruh elemen matriks dengan suatu nilai skalar yang dimasukkan oleh pengguna. Fitur ini memberikan pemahaman tambahan tentang sifat distributif dalam aljabar linier serta dampak transformasi linier terhadap elemen-elemen matriks. Hasil operasi dilengkapi dengan keterangan yang menjelaskan jenis manipulasi yang dilakukan, misalnya "Operasi: 2 × A", untuk memperjelas konteks hasil yang ditampilkan.

Antarmuka aplikasi dirancang dengan pendekatan minimalis dan fungsional. Desain visual menggunakan elemen-elemen yang intuitif dan responsif, sehingga pengguna tidak memerlukan instruksi teknis tambahan untuk menjalankan setiap fitur. Penggunaan komponen visual seperti tombol interaktif dan tabel hasil membuat representasi simbolik dan numerik menjadi lebih mudah dipahami, khususnya bagi mahasiswa yang sedang belajar mengaitkan abstraksi matematika dengan bentuk konkret.



Gambar 2. Produk Digital Mahasiswa B

Aplikasi **Gambar *2*** merupakan Matrix Calculator berbasis web yang dikembangkan oleh mahasiswa dengan fokus pada kemudahan interaksi dan fleksibilitas manipulasi matriks dua dimensi. Aplikasi dirancang untuk melakukan berbagai operasi dasar dalam aljabar linier dengan dua buah matriks, yaitu Matriks A dan Matriks B, yang dapat disesuaikan ukurannya melalui tombol penambahan atau pengurangan baris dan kolom. Fitur ini memberikan kebebasan bagi pengguna dalam menentukan dimensi matriks sesuai kebutuhan eksplorasi konsep.

Pengguna dapat memasukkan elemen-elemen matriks secara manual maupun secara otomatis dengan menekan tombol "Random A" atau "Random B", yang menghasilkan nilai acak pada masing-masing matriks. Aplikasi menyediakan operasi-operasi matriks seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, transpose, dan perhitungan determinan. Hasil dari setiap operasi ditampilkan langsung pada bagian bawah layar dalam tampilan tabel dengan label "Result", seperti yang ditunjukkan pada gambar hasil perkalian Matriks A dan Matriks B.

Fitur "Transpose A" dan "Transpose B" memberikan kesempatan kepada pengguna untuk melihat transformasi posisi elemen baris dan kolom secara instan, sedangkan fungsi "Determinant A" menghitung nilai determinan Matriks A jika berbentuk persegi. Tombol "Clear" disediakan untuk menghapus seluruh input dan hasil perhitungan, memungkinkan pengguna untuk melakukan perhitungan baru dengan mudah.

Tampilan antarmuka didesain dengan latar gelap dan kontras warna tinggi untuk meningkatkan visibilitas serta kenyamanan penggunaan. Penempatan tombol yang terorganisir dan label yang jelas membantu pengguna memahami alur interaksi tanpa perlu penjelasan tambahan. Melalui aplikasi ini, mahasiswa menunjukkan kemampuan dalam mengintegrasikan prinsip-prinsip dasar aljabar linier dengan struktur logika pemrograman. Pendekatan visual dan fungsional ini mendukung perkembangan berpikir aljabar, khususnya dalam menghubungkan konsep matematis formal dengan bentuk konkret yang dapat dieksekusi dalam konteks digital.

Pengembangan aplikasi ini menunjukkan bahwa mahasiswa tidak hanya memahami konsep-konsep teoretis dalam aljabar linier, tetapi juga mampu menerapkannya dalam bentuk algoritma yang bekerja dalam sistem digital. Proses ini mencerminkan kemampuan berpikir aljabar dalam berbagai dimensi, seperti berpikir struktural melalui penyusunan relasi antar elemen, berpikir simbolik melalui penerapan notasi dan operasi, serta berpikir relasional dalam menghubungkan satu konsep dengan konsep lainnya melalui pemrograman. Aplikasi ini berpotensi menjadi media pendukung pembelajaran matematika yang efektif dalam lingkungan pendidikan tinggi, khususnya dalam integrasi antara ilmu komputer dan pemahaman matematis berbasis teknologi

Representasi Konsep Aljabar dalam Aplikasi

Mahasiswa menerjemahkan konsep-konsep aljabar linier ke dalam bentuk algoritmik dengan mengidentifikasi operasi-operasi dasar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian matriks, transpose, determinan, invers, serta perkalian skalar. Operasi-operasi tersebut diubah ke dalam logika

Proceeding Galuh Mathematics National Conference
Vol. 5 No.1 2025 | Hal 175-187 | ISSN: 3032-2588
https://jurnal.unigal.ac.id/GAMMA-NC/article/view/19314

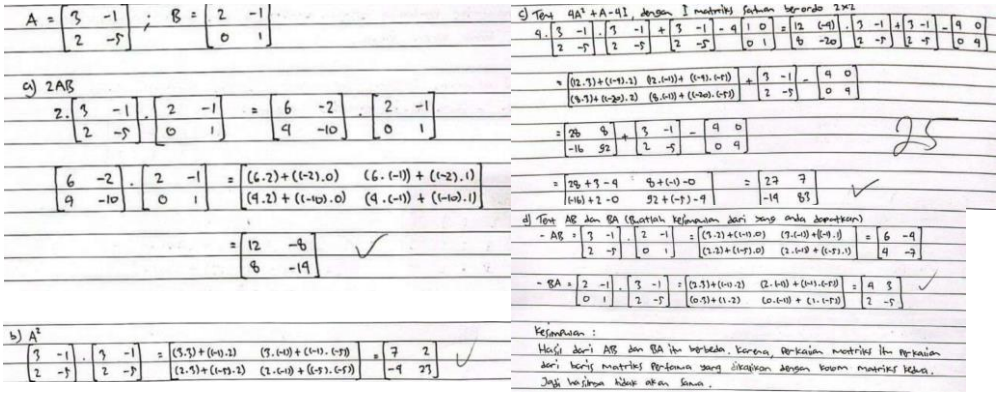
pemrograman menggunakan struktur perulangan (*loop*), fungsi kondisional, dan pemrosesan array dua dimensi yang merepresentasikan matriks. Pemilihan metode ini menunjukkan bahwa mahasiswa mampu mengaitkan konsep matematis abstrak dengan prosedur komputasional yang dapat dijalankan oleh mesin.

Dalam aspek representasi visual, antarmuka kedua aplikasi disusun menggunakan elemen-elemen grafis seperti tabel isian untuk memasukkan nilai elemen matriks, tombol interaktif untuk memilih operasi, serta area hasil yang menampilkan keluaran dalam bentuk matriks. Representasi ini memungkinkan pengguna untuk melihat struktur dan hasil transformasi matriks dengan jelas. Secara simbolik, penggunaan label seperti *A* + *B*, *A* × *B*, *Transpose*, atau *Determinant* merupakan bentuk penerjemahan notasi matematis ke dalam elemen navigasi visual. Representasi numerik diwujudkan dalam nilai-nilai yang muncul di kotak input, output, dan hasil perhitungan—semuanya konsisten dengan bentuk matriks dalam matematika.

Kedua aplikasi menunjukkan tingkat kesesuaian yang tinggi antara logika pemrograman dan konsep matematis. Misalnya, pada operasi perkalian matriks, mahasiswa menggunakan aturan jumlah hasil kali elemen baris dan kolom sesuai prinsip $(A \times B)_{ij} = \sum_k A_{ik} \cdot B_{kj}$. Begitu pula dengan determinan, mahasiswa mengimplementasikan algoritma sesuai kaidah ekspansi kofaktor untuk matriks berukuran 2×2 atau 3×3. Namun, terdapat indikasi bahwa penghitungan determinan dan invers belum dikembangkan untuk matriks berdimensi lebih tinggi, dan dalam beberapa kasus, tidak tersedia mekanisme validasi untuk mengecek apakah matriks memiliki invers (misalnya, saat determinan = 0). Ini menunjukkan bahwa pemahaman mahasiswa masih terbatas pada kasus ideal, dan belum mencakup penanganan kondisi batas (*edge cases*) secara menyeluruh.

Selain itu, logika program pada operasi transpose dan perkalian skalar menunjukkan tingkat kesesuaian yang sangat baik. Mahasiswa berhasil menyusun prosedur iteratif yang secara sistematis menukar indeks baris dan kolom (transpose) atau mengalikan seluruh elemen dengan nilai skalar. Implementasi ini mendemonstrasikan keterampilan dalam mengubah prosedur matematis menjadi struktur algoritmik yang dapat dijalankan secara otomatis, serta menunjukkan pemahaman bahwa setiap operasi memiliki aturan sintaksis dan semantik yang harus dipatuhi, baik dalam konteks matematika maupun pemrograman.

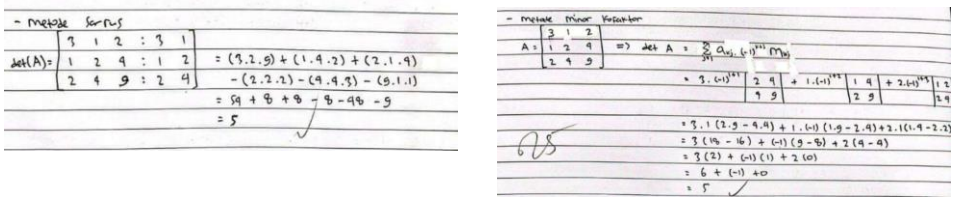
Kemampuan Berpikir Aljabar



Gambar 3 Jawaban No 1 Mahasiswa A

Mahasiswa A **Gambar *3*** menunjukkan tingkat penguasaan yang sangat baik terhadap konsep-konsep aljabar linier yang diujikan dalam .tes tertulis. Soal-soal mencakup berbagai jenis operasi matriks, antara lain perkalian dua matriks, perpangkatan matriks, kombinasi linier $4A2 + A - 4I$, serta pengujian sifat non-komutatif melalui perbandingan AB dan BA. Selain itu, mahasiswa juga menyelesaikan soal perhitungan determinan matriks ordo tiga dengan dua metode, yaitu metode Sarrus dan metode minor-kofaktor. Setiap langkah penyelesaian ditampilkan secara sistematis dan terstruktur. Pada soal kombinasi $4A2 + A - 4I$, mahasiswa menggunakan matriks identitas 2×2

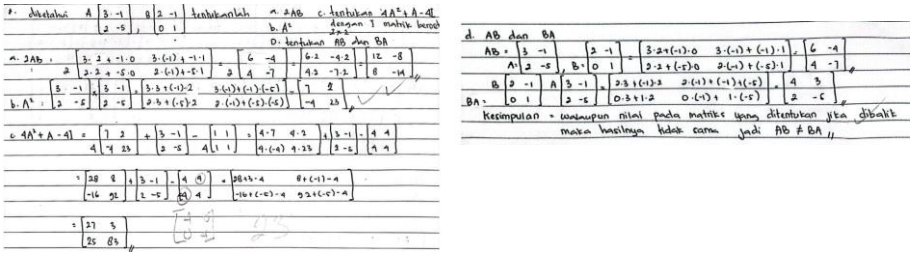
dengan bentuk yang benar, yaitu elemen 1 pada diagonal utama dan 0 di luar diagonal. Seluruh perhitungan operasi matriks ditunjukkan secara lengkap dan akurat, termasuk langkah-langkah penjumlahan dan pengurangan elemen-elemen matriks hasil. Pada bagian pembuktian $AB \neq BA$, mahasiswa menyampaikan kesimpulan yang tepat, yaitu bahwa hasil perkalian dua matriks bersifat tidak komutatif, disertai alasan konseptual bahwa urutan baris dan kolom memengaruhi hasil akhir.



Gambar 4. Jawaban No 2 Mahasiswa A

Gambar *4* soal determinan matriks 3×3, mahasiswa menyelesaikannya melalui dua pendekatan. Metode Sarrus dijalankan dengan mengalikan elemen-elemen diagonal utama dan mengurangkan hasil dari diagonal minor, dengan hasil akhir determinan sebesar 5. Hasil ini kemudian dikonfirmasi melalui metode minor-kofaktor, di mana mahasiswa melakukan ekspansi baris pertama dan menghitung subdeterminannya dengan cermat. Hasil yang diperoleh sama, yaitu 5, menunjukkan konsistensi antara metode dan ketepatan perhitungan. Terdapat keselarasan yang sangat baik antara pemahaman konseptual mahasiswa dalam tes tertulis dan struktur aplikasi digital yang dikembangkan. Semua operasi yang dikerjakan secara manual dalam tes telah diterjemahkan ke dalam bentuk digital melalui fitur-fitur dalam aplikasi, seperti operasi dasar matriks, transpose, determinan, dan pengelolaan matriks skalar. Tidak ditemukan kesalahan logika maupun kesenjangan konseptual yang signifikan antara pekerjaan tertulis dan fungsi yang tersedia dalam aplikasi.

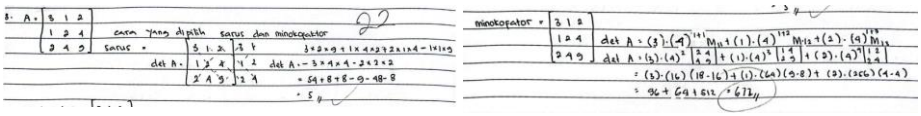
Konsistensi ini menunjukkan bahwa mahasiswa memiliki kemampuan berpikir aljabar yang kuat, mencakup representasi simbolik dan numerik, serta mampu merepresentasikan struktur dan prosedur aljabar ke dalam bentuk algoritmik secara tepat. Hal ini mendukung kesimpulan bahwa mahasiswa telah berhasil mengintegrasikan pemahaman teoretis dan keterampilan teknis dalam mengembangkan media pembelajaran digital berbasis konsep aljabar linier.



Gambar 5. Jawaban No 1 Mahasiswa B

Hasil tes tertulis **Gambar *5*** menunjukkan bahwa mahasiswa mampu menyelesaikan sebagian besar soal yang mencakup topik fundamental dalam aljabar linier, seperti operasi matriks (penjumlahan, pengurangan, dan perkalian), perpangkatan matriks, kombinasi linear $4A^2 + A - 4I$. Soal pengujian sifat non-komutatif melalui perbandingan hasil AB dan BA juga dikerjakan dengan benar. Dalam pengerjaan tersebut, mahasiswa menunjukkan alur berpikir yang sistematis, logis, dan sesuai prosedur aljabar linier. Hasil operasi seperti $2AB$, A^2, dan $4A2 + A - 4I$ dituliskan dengan struktur yang benar dan penjabaran operasi elemen per elemen.

Proceeding Galuh Mathematics National Conference
Vol. 5 No.1 2025 | Hal 175-187 | ISSN: 3032-2588
https://jurnal.unigal.ac.id/GAMMA-NC/article/view/19314



Gambar 6. Jawaban No 2 Mahasiswa B

Soal determinan matriks 3×3 **Gambar *6***, mahasiswa menyelesaikannya melalui dua pendekatan, yaitu metode Sarrus dan metode minor-kofaktor. Pada metode Sarrus, mahasiswa menjalankan prosedur dengan benar, yaitu mengalikan elemen-elemen diagonal utama dan mengurangkan hasil dari diagonal minor, sehingga diperoleh nilai determinan sebesar 5. Namun demikian, ditemukan dua jenis kekeliruan penting. Pertama, dalam soal $4A2 + A - 4I$, mahasiswa keliru menuliskan bentuk matriks identitas. Matriks identitas I yang seharusnya berbentuk diagonal dengan elemen 1 di sepanjang diagonal utama dan 0 pada elemen lainnya, dituliskan sebagai matriks acak yang tidak merepresentasikan sifat identitas. Kesalahan ini menunjukkan bahwa meskipun mahasiswa memahami operasi simbolik dan numerik, masih terdapat kekeliruan dalam memahami peran struktur khusus matriks dalam transformasi linier. Kedua, dalam perhitungan determinan dengan metode minor kofaktor, mahasiswa tampak keliru dalam menentukan submatriks dan tanda kofaktor. Proses ekspansi baris pertama tidak memperhatikan aturan tanda $(-1)^{i+j}$ secara konsisten, dan terdapat kesalahan dalam perhitungan subdeterminannya. Hal ini menyebabkan hasil akhir determinan menjadi tidak akurat dan berbeda dari metode Sarrus yang sebelumnya dihitung dengan benar.

Terkait struktur aplikasi digital yang dikembangkan, terdapat konsistensi umum antara pemahaman mahasiswa dalam tes dan fitur-fitur yang tersedia dalam aplikasi, seperti penjumlahan, perkalian, transpose, dan determinan. Meskipun demikian, kesalahan dalam tes menunjukkan bahwa validasi algoritmik dalam aplikasi belum sepenuhnya dibarengi dengan pemahaman formal yang kuat terhadap beberapa konsep khusus, seperti matriks identitas dan ekspansi kofaktor. Aplikasi yang dikembangkan tidak memberikan batasan atau peringatan ketika pengguna memasukkan matriks non-identitas sebagai pengganti III, atau ketika struktur matriks tidak sesuai dengan syarat operasional (misalnya untuk invers atau determinan).

Indikator Berpikir Aljabar yang Teridentifikasi

Berdasarkan hasil analisis terhadap pekerjaan tertulis dan aplikasi digital yang dikembangkan oleh kedua mahasiswa, teridentifikasi bahwa proses berpikir aljabar yang muncul dapat diklasifikasikan ke dalam tiga kategori utama, yaitu berpikir struktural, berpikir simbolik, dan berpikir relasional. Ketiga kategori ini menggambarkan cara mahasiswa memahami, memanipulasi, dan merepresentasikan konsep-konsep aljabar linier dalam dua konteks yang saling melengkapi: kontekstual kertas-pena dan lingkungan digital berbasis pemrograman.

1. Berpikir struktural tercermin dari kemampuan mahasiswa dalam mengorganisasi informasi dan operasi matematis berdasarkan sifat formal objek-objek aljabar. Dalam pekerjaan tertulis, hal ini tampak pada penanganan operasi kompleks seperti $4A2 + A - 4I$, di mana mahasiswa menyusun langkah-langkah perhitungan dengan mengacu pada urutan operasi dan sifat distribusi matriks. Di dalam aplikasi, berpikir struktural terwujud dalam rancangan logika program untuk operasi-operasi dasar seperti transpose, determinan, dan perkalian matriks, yang seluruhnya mengikuti prinsip-prinsip aljabar linier.
2. Berpikir simbolik tampak melalui penggunaan notasi dan lambang-lambang aljabar dalam kedua produk mahasiswa. Pada lembar kerja tertulis, simbol seperti A, B, A^2, dan III digunakan secara konsisten dan sesuai makna matematis. Dalam aplikasi, simbol-simbol ini diterjemahkan ke dalam tombol-tombol fungsional seperti $A + B, A \times B$, *Transpose A*, dan *Determinan*, yang membantu pengguna memahami operasi yang sedang dilakukan. Representasi simbolik dalam

antarmuka ini menjadi jembatan antara abstraksi matematika dan tindakan prosedural yang dilakukan oleh pengguna.

3. Berpikir relasional terlihat dalam cara mahasiswa menghubungkan konsep-konsep yang berbeda dan memahami keterkaitan antar operasi. Sebagai contoh, dalam pembuktian bahwa $AB \neq BA$, mahasiswa tidak hanya melakukan perhitungan, tetapi juga menyampaikan alasan konseptual bahwa urutan operasi memengaruhi hasil karena sifat perkalian matriks yang tidak komutatif. Dalam konteks digital, relasi ini direpresentasikan melalui fungsi interaktif yang memungkinkan pengguna melihat hasil operasi dari berbagai urutan input dan memahami akibatnya secara visual.

Konteks digital mendorong mahasiswa untuk tidak hanya memahami aljabar linier secara prosedural, tetapi juga menyusunnya ke dalam bentuk algoritmik yang dapat dijalankan dan diuji. Penggunaan antarmuka visual dan sistem berbasis logika komputer memperluas ruang berpikir mahasiswa dari sekadar menyelesaikan soal menjadi membangun struktur yang merepresentasikan ide matematis dalam wujud digital. Dengan demikian, integrasi antara lingkungan pemrograman dan konsep aljabar linier tidak hanya mengaktifkan ketiga bentuk berpikir tersebut, tetapi juga memperkuat hubungan antar konsep melalui praktik eksploratif yang berbasis teknologi.

Hasil temuan dalam penelitian ini memperlihatkan adanya kesesuaian dengan literatur yang menekankan pentingnya kemampuan berpikir aljabar dalam membangun pemahaman konseptual dan keterampilan pemecahan masalah pada tingkat pendidikan tinggi (Chimoni, 2017; Mustaffa, 2017; Žakelj et al., 2024). Kemampuan mahasiswa dalam menghubungkan antara representasi simbolik dan implementasi algoritmik dalam bentuk aplikasi menunjukkan keterampilan berpikir aljabar yang berkembang melalui interaksi digital. Hal ini menguatkan argumen bahwa pendekatan berbasis teknologi dapat meningkatkan kualitas berpikir abstrak dan memperluas ruang eksplorasi matematis (Korenova et al., 2024; Poçan et al., 2023)

Peran media digital terbukti signifikan dalam mendorong pemahaman konseptual aljabar. Melalui antarmuka interaktif dan visualisasi langsung, mahasiswa dapat menguji dan merefleksikan ide-ide matematis dalam lingkungan yang responsif. Temuan ini konsisten dengan hasil studi sebelumnya yang menunjukkan bahwa penggunaan perangkat lunak seperti GeoGebra dan teknologi realitas tertambah meningkatkan pemahaman serta motivasi dalam pembelajaran aljabar (Cabanag, 2023; Korenova et al., 2024; Masnia & Habibie, 2023; Poçan et al., 2023). Aplikasi yang dikembangkan oleh mahasiswa dalam studi ini mencerminkan praktik representasi, generalisasi, dan pemodelan yang kuat, yang semuanya merupakan komponen penting dalam berpikir aljabar (Rahmawati, 2018; Ureña, 2024).

Implikasi dari temuan ini terhadap pembelajaran matematika berbasis teknologi adalah perlunya penguatan kurikulum yang mendorong pengembangan aplikasi digital sebagai bagian dari strategi pedagogis. Selain itu, pembelajaran perlu dirancang agar memberi ruang bagi mahasiswa untuk tidak hanya mengerjakan soal, tetapi juga membangun sistem representatif berbasis algoritma yang mencerminkan prinsip-prinsip matematis. Penggunaan media digital dalam konteks ini tidak hanya meningkatkan keterlibatan, tetapi juga membentuk pemahaman konseptual yang lebih mendalam, sejalan dengan kerangka konstruktivisme dan konektivisme dalam pembelajaran digital (Afanasenko et al., 2022).

KESIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa pengembangan aplikasi digital berbasis konsep aljabar linier merupakan sarana yang efektif untuk mengeksplorasi kemampuan berpikir aljabar mahasiswa. Melalui proses perancangan dan implementasi aplikasi, mahasiswa mampu merepresentasikan konsep-konsep matematis secara simbolik, numerik, dan prosedural. Aktivitas ini mencerminkan bentuk berpikir struktural dan relasional yang relevan dengan tuntutan pemahaman konseptual dalam aljabar linier. Konteks digital memberikan ruang bagi mahasiswa untuk terlibat aktif dalam membangun

logika algoritmik yang mencerminkan struktur matematis yang tepat. Temuan menunjukkan bahwa meskipun mahasiswa telah menguasai sebagian besar konsep dan mampu mengimplementasikannya ke dalam aplikasi digital, masih terdapat kesalahan konseptual seperti dalam penulisan matriks identitas dan penerapan metode minor-kofaktor. Hasil ini menunjukkan perlunya penguatan pemahaman konseptual melalui integrasi teori dan praktik secara lebih seimbang. Hubungan yang konsisten antara hasil tes tertulis dan fitur dalam aplikasi menunjukkan bahwa mahasiswa yang memiliki pemahaman yang kuat cenderung menghasilkan struktur digital yang sesuai secara matematis. Penggunaan teknologi dalam pembelajaran aljabar dapat mendorong pengembangan representasi, generalisasi, dan pemodelan yang bermakna. Strategi ini mendukung pembelajaran yang berorientasi pada pemahaman mendalam dan penguasaan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Oleh karena itu, penting bagi institusi pendidikan tinggi untuk mengembangkan kurikulum dan pendekatan pedagogis yang mengintegrasikan matematika, teknologi, dan pemrograman secara harmonis guna membentuk kemampuan berpikir matematis yang adaptif dan kontekstual.

REKOMENDASI

Berdasarkan hasil penelitian, direkomendasikan agar pembelajaran aljabar linier di pendidikan tinggi tidak hanya menekankan aspek prosedural, tetapi juga memperkuat pemahaman konseptual mahasiswa terhadap struktur dasar seperti matriks identitas, determinan, serta prinsip minor-kofaktor. Pemahaman ini dapat diperkuat melalui pendekatan pemodelan visual, diskusi reflektif, serta analisis kesalahan yang ditemukan selama proses pembelajaran. Selain itu, pengembangan kurikulum berbasis digital perlu dipertimbangkan untuk memberi ruang bagi mahasiswa dalam merancang aplikasi yang merepresentasikan konsep-konsep aljabar secara konkret. Kegiatan ini tidak hanya meningkatkan keterampilan teknis mahasiswa, tetapi juga memperkuat keterkaitan antara teori matematika dan praktik komputasional.

Mahasiswa juga perlu mendapatkan bimbingan dalam menerjemahkan prosedur matematis ke dalam bentuk algoritmik yang tepat. Untuk itu, pelatihan atau proyek berbasis pemrograman matematis dapat menjadi strategi yang efektif. Aplikasi yang dikembangkan dalam konteks ini sebaiknya dimanfaatkan tidak hanya sebagai media belajar, tetapi juga sebagai alat evaluasi formatif, baik secara individual maupun kolaboratif, guna memperkuat kemampuan reflektif dan eksploratif mahasiswa. Penelitian lanjutan direkomendasikan untuk melibatkan partisipan dari berbagai latar belakang program studi guna mendapatkan gambaran yang lebih luas mengenai bentuk-bentuk berpikir aljabar dalam konteks digital. Selain itu, eksplorasi terhadap penggunaan berbagai bahasa pemrograman serta variasi desain antarmuka dapat memberikan wawasan baru mengenai hubungan antara teknologi, pemahaman matematis, dan kemampuan algoritmik mahasiswa.

DAFTAR PUSTAKA

Abu, Y. B., & Kribushi, R. (2022). Can Electronic Board Increase the Motivation of Students to Study Mathematics? *Contemporary Educational Technology*, *14*(3). Scopus. https://doi.org/10.30935/cedtech/11807

Adeniran, O. T., Rahman, M. M., Owolabi, O. A., Shourabi, N. B., Sakk, E., Duru, C., Efe, F., Abiodun, P. O., & Ladeji-Osias, J. (2023). *Preliminary Experience and Impact of Experiment-focused Teaching Approach in a Computer Architecture Course in Computer Science*. ASEE Annual Conference and Exposition, Conference Proceedings. Scopus.

Afanasenko, O. V., Nizhenkovska, I. V., Holovchenko, O. I., & Glushachenko, O. O. (2022). Technology-enhanced constructivist learning environment for pharmacy students. *Pharmacy Education*, *22*(1), 778–787. Scopus. https://doi.org/10.46542/PE.2022.221.778787

Al-Hammoud, R., Egbue, O., Khan, A., & Hagen, D. K. (2018). *Strengthening student understanding through interactive classroom methods in computer science and engineering*. *2018-June*. Scopus.

Babic, T., Kolar, L., & Milicevic, M. (2021). *Individual, Cooperative and Collaborative Learning and Students' Perceptions of Their Impact on Their Own Study Performance*. 864–869. Scopus. https://doi.org/10.23919/MIPRO52101.2021.9596728

Bogdan, R. (with Internet Archive). (1975). *Introduction to qualitative research methods: A phenomenological approach to the social sciences*. New York : Wiley. http://archive.org/details/introductiontoqu0000bogd

Booker, G. (2010). Developing algebraic thinking: Using problem-solving to build from number and geometry in the primary school to the ideas that underpin algebra in high school and beyond. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *8*(Query date: 2022-11-10 17:43:31), 411–419. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.057

Cabanag, M. (2023). *MathVR: Teaching Vector Arithmetic Using Virtual Reality*. Proceedings - SIGGRAPH Asia 2023 Educators Forum, SA 2023. Scopus. https://doi.org/10.1145/3610540.3627012

Calder, N. (2011). *Processing Mathematics Through Digital Technologies: The Primary Years* (p. 141). Scopus.

Cerone, A., & Lermer, K. R. (2021). Adapting to Different Types of Target Audience in Teaching Formal Methods. *Communications in Computer and Information Science*, *1301 CCIS*, 106–123. Scopus. https://doi.org/10.1007/978-3-030-71374-4_5

Chimoni, M. (2017). Parsing the notion of algebraic thinking within a cognitive perspective. *Educational Psychology*, *37*(10), 1186–1205. https://doi.org/10.1080/01443410.2017.1347252

Chrysostomou, M. B. (2019). Analysing the notion of algebraic thinking based on empirical evidence / Un análisis del concepto de pensamiento algebraico basado en evidencia empírica. *Infancia y Aprendizaje*, *42*(3), 721–781. https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1604022

Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed). SAGE Publications.

Goos, M., & Bennison, A. (2008). Surveying the technology landscape: Teachers' use of technology in secondary mathematics classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, *20*(3), 102–130. Scopus. https://doi.org/10.1007/BF03217532

Kenney, S., & Ntow, F. D. (2024). Unveiling the Errors Learners Make When Solving Word Problems Involving Algebraic Task. *SAGE Open*, *14*(4). Scopus. https://doi.org/10.1177/21582440241299245

Korenova, L., Krpec, R., & Barot, T. (2024). *Digital Technologies in Primary Mathematics Education: Insights from Future Teachers' Portfolios*. *23*(1), 197–208. Scopus.

Kusuma, A. P., Waluya, St. B., Rochmad, R., & Mariani, S. (2024). Algebraic thinking profile of pre-service teachers in solving mathematical problems in relation to their self-efficacy. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *20*(11), em2532. https://doi.org/10.29333/ejmste/15580

Levinsen, K. T., & Sørensen, B. H. (2018). *Digital technology and mathseducation: The dilemma of calculation and conceptualisation*. *2018-November*, 569–576. Scopus.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (with Internet Archive). (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, Calif. : Sage Publications. http://archive.org/details/naturalisticinqu00linc

Masnia, & Habibie, Z. R. (2023). Students' Algebraic Thinking in Using the Geogebra Application. *Kontinu*, *7*(2), 49–66. http://dx.doi.org/10.30659/kontinu.7.2.p

Masnia, M., Sohilait, E., & Diana, H. A. (2025). Integrasi Geogebra Dalam Pembelajaran Untuk Meningkatkan Pemahaman Berpikir Aljabar. *Prosiding Temu Ilmiah Nasional Guru*, *16*, 12–19. https://conference.ut.ac.id/index.php/ting/article/view/5066

Masnia, M., Waluya, S. B., Dewi, N. R., & Sohilait, E. (2023). Proses Berpikir Aljabar Berdasarkan Metakognisi. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, *9*(1), Article 1. https://doi.org/10.24853/fbc.9.1.89-94

Moseley, B., & Brenner, M. E. (2009). A comparison of curricular effects on the integration of arithmetic and algebraic schemata in pre-algebra students. *Instructional Science*, *37*(1), 1–20. Scopus. https://doi.org/10.1007/s11251-008-9057-6

Mustaffa, N. (2017). A review on the development of algebraic thinking through technology. *Advanced Science Letters*, *23*(4), 2951–2953. https://doi.org/10.1166/asl.2017.7615

Nupen, D. M., & Jagernath, J. (2024). *Digital Integration Insights: Exploring Highlights and Challenges of Numeracy Lecturers in Higher Education*. 263–271. Scopus.

Paideya, V. (2011). *Developing critical thinking skills in first year Chemistry through Supplemental Instruction learning spaces*. 907–914. Scopus.

Poçan, S., Altay, B., & Yaşaroğlu, C. (2023). The Effects of Mobile Technology on Learning Performance and Motivation in Mathematics Education. *Education and Information Technologies*, *28*(1), 683–712. Scopus. https://doi.org/10.1007/s10639-022-11166-6

Pramuditya, B. A. & Masduki. (2025). *Exploring the Pre-service Mathematics Teacher's Algebraic Thinking in Term of Inventory Learning Style: Focus on Functional Thinking*. *3142*(1). Scopus. https://doi.org/10.1063/5.0262116

Rahmawati, D. I. (2018). Characteristics of Algebraic Thinking of Junior High School Students. *Journal of Physics: Conference Series*, *1097*(1), Article 1. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1097/1/012110

Sibgatullin, I. R. (2022). A Systematic Review on Algebraic Thinking in Education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *18*(1), 1–15. https://doi.org/10.29333/EJMSTE/11486

Suhaedi, D. (2020). Realistic Mathematics Education: A Learning Innovation in Enhancing Students' Algebraic Thinking Ability. *Proceedings of the 7th Mathematics, Science, and Computer Science Education International Seminar, MSCEIS 2019*. https://doi.org/10.4108/eai.12-10-2019.2296293

Takács, A. M., Takács, A., Nagy, B., & Augusztinyi, D. G. (2024). *On Some Methods of Digital Assessment for Mathematical Courses*. 313–316. Scopus. https://doi.org/10.1109/CANDO-EPE65072.2024.10772847

Ureña, J. (2024). Generalization strategies and representations used by final-year elementary school students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *55*(1), 23–43. https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2058429

Weigand, H.-G., Trgalova, J., & Tabach, M. (2024). Mathematics teaching, learning, and assessment in the digital age. *ZDM - Mathematics Education*, *56*(4), 525–541. Scopus. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01612-9

Wettergren, S. (2022). Identifying and promoting young students' early algebraic thinking. *LUMAT*, *10*(2), 190–214. https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.2.1617

Wong, J. C. F., & Yip, T. C. Y. (2022). *Development of an e-learning teaching and learning platform using game theory-Applications of Sports Games and Real-life Scenarios*. 7–14. Scopus. https://doi.org/10.1145/3545862.3545864

Wu, Z. (2017). Effects of using problem of the week in teaching on teacher learning and change in algebraic thinking and algebra. *ZDM*, *49*(2), 203–221. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0844-x

Žakelj, A., Cotič, M., & Doz, D. (2024). Demetriou's tests and levels of algebraic abilities and proportional reasoning in seventh, eighth, and ninth grades. *European Journal of Science and Mathematics Education*, *12*(2), 326–334. Scopus. https://doi.org/10.30935/scimath/14460