



<http://dx.doi.org/10.25157/jwp.v%vi%i.16451>

## Eksplorasi Konstruksi Bukti Matematis Mahasiswa Menyelesaikan Soal Graf Euler: Perspektif Toulmin

<sup>1</sup>Ninik Mutianingsih, <sup>1</sup>Lydia Lia Prayitno, <sup>1</sup>Eko Sugandi, <sup>1</sup>Moh. Syukron Maftuh  
<sup>1</sup>Universitas PGRI Adi Buana Surabaya  
Email: [ninikmutia@unipasby.ac.id](mailto:ninikmutia@unipasby.ac.id)

### Abstract

Teori graf merupakan bagian dari mata kuliah matematika diskrit yang mencakup konsep teori graf. Tujuan mengajarkan teori graf di jenjang pendidikan tinggi untuk memahami konsep Graf melibatkan kemampuan memecahkan masalah yang kompleks dan mengajarkan berpikir kritis bagi mahasiswa. Salah satu topik yang sering menjadi fokus dalam pembelajaran ini yaitu Graf Euler. Pemahaman tentang Graf Euler melibatkan keterampilan kritis dalam pemikiran dan konstruksi bukti matematis. Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan perspektif Toulmin, yang merupakan teori tentang konstruksi bukti matematis. Teori ini menggambarkan bahwa konstruksi bukti matematis terdiri dari klaim, data, penjelasan, kualifikasi, dan *rebuttal*. Subjek dalam penelitian ini yaitu mahasiswa aktif Program Studi Pendidikan Matematika Universitas PGRI Adi Buana Surabaya angkatan 2022 yang aktif mengampu mata kuliah matematika diskrit. Tujuan dari penelitian ini untuk mengeksplorasi konstruksi bukti matematis yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan soal Euler. Berdasarkan hasil analisis dalam penelitian ini subjek mampu menyelesaikan soal dengan memenuhi perspektif Toulmin, kedua subjek sudah mampu menjelaskan dari apa yang sudah dikerjakan berdasarkan hasil wawancara, yang artinya subjek sudah mampu mengeksplor konstruksi bukti matematis soal Graf Euler berdasarkan kerangka perspektif Toulmin. Rekomendasi dari hasil penelitian ini, untuk perpekstif Toulmin bisa diterapkan pada penerapan soal Graf Hamilton.

**Keywords:** eksplorasi konstruksi, graf euler, perepektif toulmin

### Abstrak

Graph theory is part of the discrete mathematics course which includes graph theory concepts. The aim of teaching graph theory at the higher education level is to understand graph concepts, which involve the ability to solve complex problems and teach critical thinking to students. One of the topics often the focus in this lesson is Euler's graph. Understanding Euler Graphs involves critical skills in thinking and constructing mathematical proofs. This research was conducted using the Toulmin perspective, a theory about constructing a mathematical proof. This theory describes that the construction of mathematical proof consists of claims, data, explanations, qualifications, and rebuttals. The subjects in this research are active students of the Mathematics Education Study Program at PGRI Adi Buana University Surabaya class of 2022 who are actively teaching discrete mathematics courses. The aim of this research is to explore the construction of mathematical proofs carried out by students in solving Euler problems. Based on the results of the analysis in this study, the subjects were able to solve the questions by fulfilling Toulmin's perspective, both subjects were able to explain what had been done based on the results of the interview, which meant that the subjects were able to explore the construction of mathematical proofs regarding Euler graphs based on the Toulmin perspective framework. Recommendations from the results of this research, from Toulmin's perspective, can be applied to the application of Hamilton graph problems.

**Keywords:** construction exploration, euler graph, toulmin perspective



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)

Cara sitasi:

Mutianingsih, Ninik, et.al. (2025). Eksplorasi Konstruksi Bukti Matematis Mahasiswa Menyelesaikan Soal Graf Euler: Perspektif Toulmin. *Jurnal Wahana Pendidikan*, 12(1), 41-52

Sejarah Artikel:

Dikirim 04-10-2024, Direvisi 27-12-2024, Diterima 08-01-2025

## PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu bidang ilmu yang memerlukan kemampuan logika dan pemecahan masalah yang baik (Mutianingsih et al., 2018). Salah satu topik dalam matematika yang sering dijadikan bahan penelitian adalah teori graf. Teori graf merupakan bagian dari mata kuliah matematika diskrit yang mencakup konsep teori graf. Tujuan mengajarkan teori graf di jenjang pendidikan tinggi untuk memahami konsep graf melibatkan kemampuan memecahkan masalah yang kompleks dan mengajarkan berpikir kritis bagi mahasiswa. Mahasiswa dituntut mengembangkan kemampuan analitis, pemodelan matematis, dan logika dalam memecahkan masalah yang melibatkan konsep graf (Nadlifah, 2020). Hal ini untuk membantu mahasiswa dalam berbagai bidang pekerjaan yang membutuhkan pemikiran analitis dan pemecahan masalah. Disinilah diperlukan pemahaman konstruksi bukti matematis yang merupakan hal sangat penting (Syamsuri & Santosa, 2017).

Salah satu topik yang sering menjadi fokus dalam pembelajaran ini adalah graf Euler. Graf Euler adalah graf yang melibatkan sirkuit Euler, yaitu jalur yang melalui setiap tepi tepat satu kali (Rumetna et al., 2023). Dalam menyelesaikan soal graf Euler memerlukan kemampuan konstruksi bukti matematis yang baik. Namun, banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam memahami konsep dan menyelesaikan soal terkait graf Euler. Oleh karena itu, perlu dilakukan penelitian untuk melihat bagaimana mahasiswa melakukan konstruksi bukti matematis dalam menyelesaikan soal graf Euler. Pemahaman tentang graf euler melibatkan keterampilan kritis dalam pemikiran dan konstruksi bukti matematis. Beberapa studi sebelumnya menunjukkan bahwa mahasiswa sering mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal-soal terkait graf (Aziz, 2021). Oleh karena itu, diperlukan penelitian yang lebih mendalam untuk memahami bagaimana mahasiswa mengkonstruksi bukti matematis dalam menyelesaikan soal-soal ini.

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan perspektif Toulmin, yang merupakan teori tentang konstruksi bukti matematis. Teori ini menggambarkan bahwa konstruksi bukti matematis terdiri dari enam elemen, yaitu data, klaim, alasan, pengecualian, sanggahan (klaim), dan kesimpulan (Nadlifah, 2020; Syamsuri & Santosa, 2017). Dengan menggunakan perspektif Toulmin ini bertujuan untuk mengeksplorasi konstruksi bukti matematis yang dilakukan oleh mahasiswa pada soal graf euler. Eksplorasi konstruksi bukti matematis dari hasil pekerjaan mahasiswa diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih baik tentang bagaimana mahasiswa menyelesaikan soal graf Euler (Hikmah & Nengsih, 2022). Salah satu pendekatan yang dapat digunakan dalam menganalisis konstruksi bukti matematis adalah perspektif Toulmin. Perspektif Toulmin, yang dikembangkan oleh Stephen Toulmin, merupakan kerangka kerja yang memperhatikan struktur dan

elemen-elemen yang terlibat dalam sebuah argumen (Yuliana, 2016). Dalam konteks ini, analisis menggunakan perspektif Toulmin dapat membantu memahami bagaimana mahasiswa mempresentasikan dan mengonstruksi bukti matematis dalam menyelesaikan masalah fungsi pembangkit.

Penelitian tentang konstruksi bukti pada teori graf berdasarkan perspektif Toulmin telah banyak dilakukan (Aziz, 2021; Juliangkary & Yuliyanti, 2018; Mardiani, 2017; Nadlifah, 2020; Suriyah et al., 2022; Umah, 2018) dan lainnya. Penelitian tentang konstruksi bukti tersebut memfokuskan pada materi yang berbeda-beda, diantaranya materi teori bilangan (Nadlifah, 2020; Umah, 2018), matematika diskrit (Mujib, 2019), dan teori graf (Aziz, 2021; Mardiani, 2017; Suriyah et al., 2022). Dari penelitian tentang teori graf dapat dikelompokkan ke dalam konstruksi justifikasi dan rasionalisasi (Aziz, 2021) dan kesalahan dalam pembuktian teori graf (Mardiani, 2017; Suriyah et al., 2022). Dari kedua penelitian tersebut, menimbulkan celah bagi peneliti untuk meneliti konstruksi bukti matematis pada teori graf ditinjau dari kerangka kerja Toulmin.

Tujuan dari penelitian ini, untuk mengetahui kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti matematis soal teori graf berdasarkan kerangka perspektif toulmin. Berdasarkan hasil penelitian yang sudah dianalisis, dilihat dari segi praktik dan teori memiliki urgensi yang baik. Dari sisi teori pengetahuan terkait hasil konstruksi bukti matematis yang dikaitkan dengan kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam memahami konsep teori graf. Selain itu, untuk mengisi kekosongan terkait dengan penelitian di Pendidikan Tinggi berdasarkan sudut pandang kerangka Toulmin. Secara praktik, pada tingkat Pendidikan Tinggi penelitian ini membantu pengajar dalam mengembangkan desain perkuliahan yang dapat membuat mahasiswa belajar secara efektif, sehingga dari pengembangan desain pembelajaran ini mahasiswa mampu mengembangkan kemampuan berfikir kritis dalam berbagai permasalahan yang diberikan khususnya pada mata kuliah matematika diskrit

## **METODE PENELITIAN**

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif, dimana pada penelitian ini mengidentifikasi hasil eksplorasi kronstruksi matematis dari soal graf euler berdasarkan perspektif toulmin. Penelitian deskriptif kualitatif merupakan jenis penelitian yang bertujuan untuk menggambarkan serta menjelaskan dari hasil yang diteliti, sehingga memperoleh hasil deskripsi dengan pemahaman yang lebih baik (Creswell & Poth, 2016). Sasaran dari penelitian ini adalah mahasiswa aktif program studi pendidikan matematika yang memprogram mata kuliah matematika diskrit di semester ganjil tahun akademik 2023/2024 Universitas PGRI Adi Buana Surabaya. Mahasiswa yang memprogram mata kuliah matematika diskrit berjumlah 30 mahasiswa, namun dalam penelitian ini diambil dua subjek dengan kode URT dan FAN, ini merupakan inisial dari nama subjek. Pemeilihan subjek ini didasarkan dari hasil pekerjaan dalam mengkonstruksi bukti matematis dari soal graf euler yang memenuhi kerangka perspetif Toulmin.

Instrumen yang digunakan berupa soal tes konstruksi bukti teori graf (TKBTF) yang berjumlah satu soal tentang graf euler. Sebelum digunakan, instrumen tersebut dilakukan validasi ahli untuk mendapatkan masukan. Hasil validasi menunjukkan soal tersebut telah layak untuk diberikan kepada partisipan. Berikut instrumen KTBTF yang digunakan dalam penelitian.

Gambarkan sebuah graf tak berarah! Dari graf yang sudah digambar buktikan bahwa graf tersebut merupakan graf euler!

**Gambar 1. Instrumen soal TKBTF**

Metode pengumpulan data pada penelitian ini adalah dokumentasi. Metode dokumentasi digunakan untuk mendapatkan data hasil eksplorasi konstruksi matematis dari soal graf euler. Setiap mahasiswa diminta untuk mengerjakan soal euler, kemudian hasil kerja mahasiswa dianalisis berdasarkan kesesuaian teori perspektif toulmin. Metode analisis data berdasarkan teori perspektif toulmin yang diadaptasi dari perspektif Toulmin (2003, 2012) dipaparkan pada Tabel 1 berikut.

**Tabel 1.** Pedoman analisis eksplorasi konstruksi berdasarkan teori Toulmin

Indikator	Deskripsi	Kode
Klaim	Menentukan jumlah simpul pada graf	S1
	Menentukan jumlah sisi pada graf	S2
Data	Menggambarkan graf	G
Penjelasan	Membuktikan bahwa graf yang sudah digambar merupakan graf euler	Ge
Kualifikasi	Menggambarkan berdasarkan jumlah simpul dan jumlah sisi	Gg
Rebuttal	Menjelaskan terkait hasil pembuktian	P

## HASIL DAN PEMBAHASAN

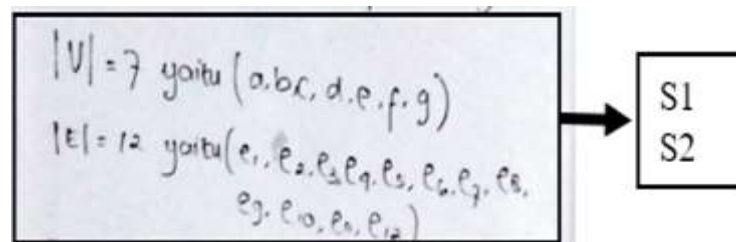
Soal euler yang dikerjakan mahasiswa selanjutnya dianalisis berdasarkan kesesuaian dalam mengeksplorasi konstruksi bukti matematis, kemudian dipilih yang disesuaikan dengan teori perspektif Toulmin. Hasil dari pekerjaan mahasiswa yang terpilih dua mahasiswa yang mampu mengkonstruksi bukti matematis berdasarkan teori perspektif toulmin yaitu subjek 1 URT dan subjek 2 FAN. Berikut disajikan hasil analisis data terkait eksplorasi konstruksi bukti matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal graf euler berdasarkan teori perspektif toulmin.

### 1. Subjek URT

Hasil pekerjaan URT dalam menggambarkan graf eulers berdasarkan teori perspektif Toulmin dapat dijabarkan sebagai berikut.

#### a. Klaim

Tahap klaim, ada dua yang harus dipenuhi oleh subjek yaitu mampu menentukan jumlah simpul dan jumlah sisi pada graf yang digambarkan. Hal ini dipaparkan subjek URT melalui penjelasan yang menyebutkan jumlah simpul pada graf G (S1) dan jumlah sisi pada graf G (S2) seperti pada Gambar 2 berikut.

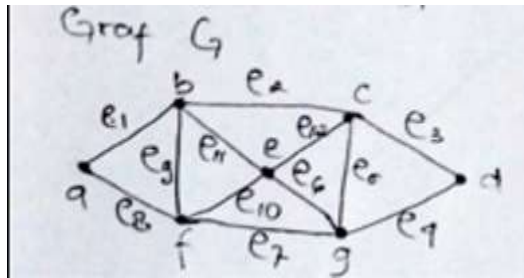


**Gambar 2.** Klaim yang diajukan URT

Gambar 2 menunjukkan jumlah simpul pada graf G yang dibuat oleh URT sebanyak tujuh simpul (V) yang terdiri atas (a, b, c, d, e, f, g). Kemudian, URT menetapkan sebanyak dua belas sisi (E) yang terdiri atas (e1, e2, e3, e4, e5, e6, e7, e8, e9, e10, e11, e12). Sehingga dapat dikatakan URT mampu mengklaim bukti matematis yang berkaitan jumlah simpul dan jumlah sisinya.

#### b. Data

Tahap data, yaitu mampu menggambarkan graf G didasarkan pada jumlah simpul dan jumlah sisi yang telah diklaim sebelumnya. Adapun graf euler G yang digambarkan oleh URT dapat disajikan pada Gambar 3 sebagai berikut.



Gambar 3. Graf euler G yang digambarkan URT

Sesuai dengan klaim yaitu menentukan simpul dan sisi, subjek URT mampu menentukan simpul yang terlihat pada Gambar 3 subjek yang mengajukan 7 simpul yang diberi nama (a, b, c, d, e, f, g) dan mampu menentukan sisi, yaitu terdapat 12 sisi yang diberi nama (e1, e2, e3, e4, e5, e6, e7, e8, e9, e10, e11, e12), maka URT menggambarkan graf euler G seperti pada Gambar 2.

c. Penjelasan

Tahap penjelasan, yaitu membuktikan graf G yang digambarkan merupakan graf euler dengan menjelaskan setiap komponennya seperti pada Gambar 4 berikut.

Sesuai syarat graf euler:

- Sirkuit euler graf G = a.b.c.d.g.c.e. f.f.e.b.f.a
- Derajat euler:

$d(v) = \text{genap}$   
 $d(a) = d(d) = 2$   
 $d(b) = d(c) = d(g) = d(f) = d(e) = 4$

Ge

Gambar 4. Penjelasan URT dalam membuktikan graf euler G

Terlihat pada Gambar 4, URT memulai menjelaskan syarat sebuah graf dikatakan sebagai graf euler jika memenuhi dua hal yaitu mempunyai sirkuit euler dan derajat setiap simpulnya berderajat genap. Sirkuit euler dari graf G ditetapkan URT dengan menyebutkan simpul awal dan simpul akhir berakhir pada simpul yang sama, yaitu simpul a. Sirkuit dari graf G dimulai dari simpul a, b, c, d, g, c, e, g, f, e, b, f, dan berakhir di simpul a. Sedangkan derajat simpulnya juga berderajat genap, yaitu  $d(a) = d(d) = 2$  dan  $d(b) = d(c) = d(g) = 4$ .

d. Kualifikasi

Tahap kualifikasi yaitu menggambarkan berdasarkan jumlah simpul dan jumlah sisi yang telah dirancang sebelumnya. Hal tersebut digambarkan seperti Gambar 5 berikut.

Jika digambarkan Graf G

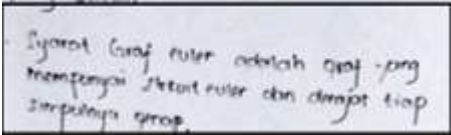
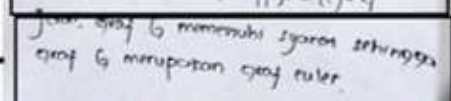
G, Gg

Gambar 5. Penggambaran graf G sesuai jumlah simpul dan sisi yang dirancang URT

Gambar 5 terlihat diatas URT menggambarkan graf euler G sesuai dengan rancangan yaitu simpul berjumlah 7 dan sisi berjumlah 12.

e. *Rebuttal*

Pada tahap rebuttal yang dikodekan P yaitu menjelaskan hasil pembuktiannya secara rinci pada peneliti seperti yang dipaparkan dalam kutipan wawancara berikut.

Gambar		Kutipan
	<p>P : URT : P : URT : P : URT :</p>	<p> Apa yang kamu lakukan sebelum menggambarkan graf G?  Gini bu, aku definisikan dulu syarat graf eulernya  Apa mbak definisinya?  Graf euler itu graf yang ada sirkuit eulernya trus derajat tiap simpulnya genap bu..  Apa ada yang lain?  Ndak ada bu..</p>
	<p>P : URT : P : URT :</p>	<p>Trus apa yang kamu lakukan mbak?  Saya simpulkan bu kalo graf G yang di gambar itu euler bu... (sambil menunjuk kesimpulan)  Coba ditunjukkan mbak yang mana?  Yang ini bu, ada kata "jadi" sebagai kesimpulannya</p>

Gambar 6. URT menjelaskan hasil pembuktian

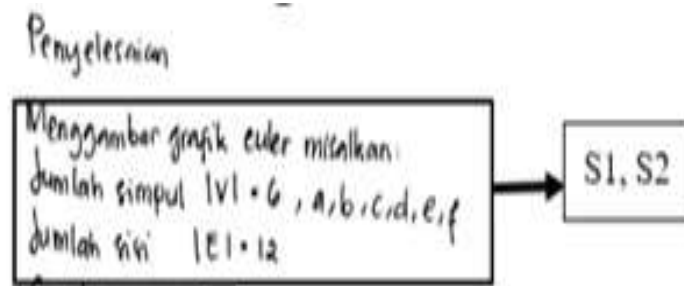
Terlihat pada Gambar 6, subjek URT mampu menunjukkan pada tahap rebuttal yaitu menjelaskan terkait pembuktian, yang artinya subjek URT menuliskan pembuktian dari apa yang sudah digambarkan pada tahap sebelumnya. Tahap sebelumnya yaitu klaim, data, penjelasan, dan kualifikasi. Hasil kerja subjek diperkuat dengan penjelasan dari subjek yang diuraikan pada hasil wawancara. Hasil wawancara menunjukkan bahwa subjek mampu menunjukkan graf yang sudah digambar serta mampu menjelaskan graf yang sudah digambarkan sudah memuktikan bahwa itu merupakan Graf Euler.

2. **Subjek FAN**

Hasil kerja FAN dalam menyelesaikan soal terkait graf euler yang dianalisis berdasarkan teori perspektif Toulmin, dijabarkan sebagai berikut.

a. **Klaim**

Hasil kerja FAN pada tahap klaim disajikan pada Gambar 7 berikut.



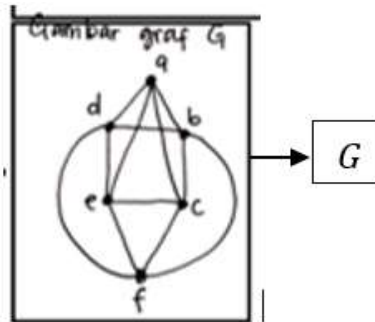
Gambar 7. Klaim yang diajukan FAN



Gambar 7 menunjukkan hasil kerja subjek FAN pada tahap klaim. Pada tahap ini subjek mampu menentukan jumlah simpul dan sisi. Pada tahap ini subjek menentukan jumlah simpul (S1) dan Jumlah sisi (S2). Pada gambar terlihat bahwa subjek menentukan jumlah simpul adalah 6 (a, b, c, d, e, f) untuk jumlah sisinya adalah 12. Berdasarkan hasil Gambar tersebut, terlihat bahwa subjek mampu menentukan jumlah simpul dan sisi, sehingga pada tahap klaim terpenuhi. Selanjutnya subjek menggambarkan dalam graf.

b. Data

Tahap data ini, subjek menggambarkan graf berdasarkan apa yang sudah dituliskan pada tahap klaim. Berikut Gambar 8 hasil kerja subjek dalam menggambarkan graf.

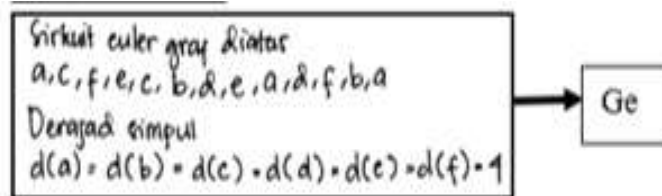


Gambar 8. Graf euler G yang digambarkan FAN

Gambar 8 menunjukkan hasil kerja subjek pada tahap data, yaitu subjek menggambarkan graf (G) dengan jumlah simpul dan sisi sesuai tahap klaim. Terlihat subjek menggambarkan graf dengan simpul yang sudah diketahui (a, b, c, d, e, f) dengan jumlah sisi 12 ((a,b), (a,e), (a,c), (a,b), (b,a), (b,d), (b,c), (b,f), (c,b), (c,a), (c,e), (c,f), (f,b), (f,c), (f,e), (f,d), (e,f), (e,c), (e,d), (e,a), (d,e), (d,b), (d,a), (d,f)). Berdasarkan hasil tersebut, terlihat subjek mampu pada tahap data yaitu menggambarkan graf.

c. Penjelasan

Tahap penjelasan subjek membuktikan graf G yang sudah digambar merupakan graf euler yang disajikan pada Gambar 9 berikut.

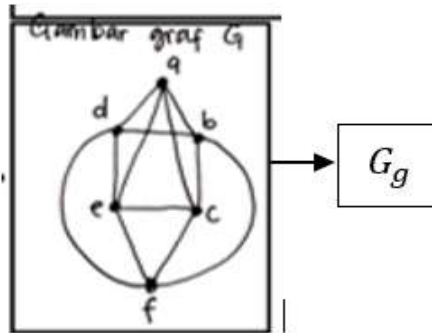


Gambar 9. Penjelasan FAN dalam membuktikan graf euler G

Berdasarkan tahap klaim yaitu gambar graf G, subjek menjelaskan bahwa syarat graf euler adalah graf yang memenuhi 2 syarat yaitu mempunyai sirkuit euler dan derajat setiap simpul genap. Gambar 9 menunjukkan hasil kerja subjek, dimana sirkuit euler adalah sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali, yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama. Terlihat pada Gambar 9 subjek menentukan sirkuit berdasarkan graf yang sudah digambar pada tahap data (a, c, f, e, c, b, d, e, a, d, f, b, a) dengan derajat masing-masing simpul adalah 4 ( $d(a) = d(b) = d(c) = d(d) = d(e) = d(f) = 4$ ). Pada tahap data (Ge) subjek mampu membuktikan.

d. Kualifikasi

Tahap kualifikasi (Gg) ini subjek menggambarkan berdasarkan jumlah simpul dan jumlah sisi yang sudah diketahui pada tahap klaim. Berikut disajikan pada Gambar 10.

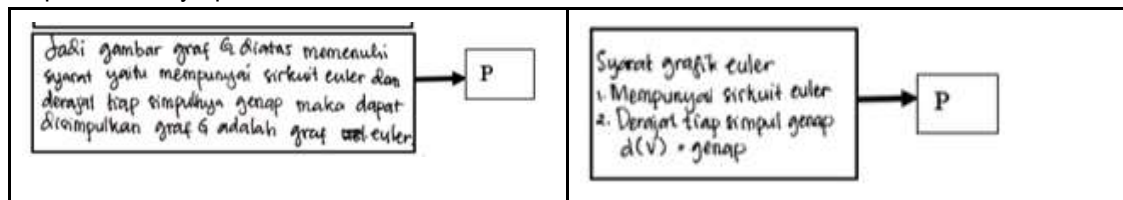


**Gambar 10.** Penggambaran graf G sesuai jumlah simpul dan sisi yang dirancang FAN

Terlihat pada Gambar 10, subjek sudah melewati tahap kualifikasi, yaitu pada tahap ini subjek mampu menggambarkan graf berdasarkan jumlah simpul dan jumlah sisi yang sudah diketahui pada tahap klaim.

e. Rebuttal

Tahap rebuttal (P), subjek FAN menjelaskan hasil pemuktian dari apa yang sudah dituliskan pada tahap sebelumnya pada Gambar 11



**Gambar 11.** URT menjelaskan hasil pembuktian

Gambar 11 menunjukkan hasil analisis subjek FAN pada tahap rebuttal (P) yaitu menjelaskan hasil pembuktian. Terlihat pada gambar subjek menjelaskan hasil pembuktian berdasarkan hasil tahap sebelumnya, subjek juga memberikan penjelasan syarat dari graf euler. Tahap rebuttal diperkuat penjelasan subjek dari hasil wawancara berikut.

P	:	Setelah langkah tersebut apa yang selanjutnya mbak feby lakukan?
FAN	:	Menyimpulkan bahwa graf yang sudah digambar merupakan graf euler sesuai dengan pembuktian, dengan memberi jadi
P	:	Apa mbak feby sudah menuliskan pada lembar jawaban?
FAN	:	Sudah sy tuliskan pada akhir penyelesaian "jadi" dan sy menuliskan juga syarat graf euler
P	:	Okeh mbak feby terimakasih



Berdasarkan hasil wawancara terlihat bahwa FAN sudah mampu memberikan penjelasan dari apa yang sudah dikerjakan. Subjek konsisten dalam memberikan penjelasan dengan apa yang sudah dituliskan. Jadi dapat disimpulkan bahwa pada tahap rebuttal subjek sudah mampu.

Hasil penelitian di atas yang sudah dipaparkan oleh peneliti, menunjukkan bahwa kedua subjek mampu menunjukkan jumlah simpul dan sisi dengan pemberian nama simpul dan sisi yang berbeda. Hal ini seperti yang dijelaskan pada penelitian sebelumnya (Wardani, 2022) bahwa menentukan jumlah simpul dan sisi dengan nama yang berbeda merupakan langkah awal dalam membuat graf. Selanjutnya, subjek mengaplikasikan pada silsilah keluarga yang nantinya dapat digambar dalam bentuk graf.

Kedua subjek mampu menggambarkan graf berdasarkan jumlah simpul dan sisi yang sudah diketahui. Seperti yang disampaikan pada penelitian sebelumnya (Ulandari & Zahra, 2023; Wellem & Nataliani, 2017) bahwa dalam menggambarkan sebuah graf, harus dimulai dengan menentukan jumlah simpul dan sisinya. Setelah simpul dan sisi diketahui baru bisa melanjutkan dengan menggambarkan graf yang dikehendaki. Subjek URT dan FAN membuktikan bahwa graf yang sudah digambar berdasarkan jumlah simpul dan sisi yang sudah diketahui merupakan graf euler dengan memenuhi beberapa syarat yaitu mempunyai sirkuit euler. Sejalan dengan penelitian terdahulu (Aziz, 2021; Muqti, 2011) menyebutkan bahwa graf euler merupakan graf yang terhubung yang memiliki sirkuit euler untuk graf tak berarah. Sedangkan, untuk graf berarah merupakan graf euler jika graf memiliki sirkuit euler jika dan hanya jika setiap simpul memiliki derajat masuk dan derajat keluar. Proses mengonstruksi bukti matematis merupakan tahapan yang runtut dilakukan oleh subjek (Prayitno et al., 2020) dengan tujuan mempermudah proses pembuktiannya.

## **KESIMPULAN**

Menyelesaikan soal graf euler berdasarkan perspektif toulmin yaitu (1) klaim, (2) data, (3) penjelasan, (4) kualifikasi, (5) rebuttal. Subjek URT dan FAN menyelesaikan soal dengan memenuhi perspektif toulmin, kedua subjek sudah mampu menjelaskan dari apa yang sudah dikerjakan berdasarkan hasil wawancara. Selain itu, pada tingkat Pendidikan Tinggi penelitian ini dapat membantu pengajar dalam memilih desain perkuliahan yang dapat membantu mahasiswa belajar lebih efektif. Pembelajaran yang efektif ini dapat mengembangkan berfikir logis dari mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan yang diberikan khususnya pada mata kuliah matematika diskrit.

## **REKOMENDASI**

Berdasarkan hasil penelitian yang sudah terlaksana, diperoleh hasil kerja mahasiswa dalam menyelesaikan soal teori graf khususnya graf euler yang berdasarkan perspektif Toulmin. Penelitian ini dapat membantu pengajar khususnya pengampu mata kuliah teori graf dan pengembang kurikulum dalam mendesain pelaksanaan perkuliahan yang efektif, sehingga mahasiswa mampu untuk mengembangkan kemampuan berfikir kritis dalam menyelesaikan berbagai pemecahan masalah yang diberikan. Untuk peneliti selanjutnya, penelitian ini dapat dikembangkan lebih mendalam dengan menerapkan perspektif Toulmin pada soal Graf Hamilton.

## **DAFTAR PUSTAKA**

Aziz, T. A. (2021). Eksplorasi Justifikasi dan Rasionalisasi Mahasiswa dalam Konsep Teori Graf. *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, 06(02), 40–54.

- Creswell, J., & Poth, C. (2016). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. SAGE Publication Inc.
- Hikmah, R., & NENGSIH, R. (2022). Analisis Berpikir Kreatif Mahasiswa dalam Pembelajaran Graf Euler dan Hamilton. *Jurnal Equation: Teori Dan Penelitian Pendidikan Matematika*, 5(1), 1. <https://doi.org/10.29300/equation.v5i1.6345>
- Juliangkary, E., & Yuliyanti, S. (2018). Analisis Pemahaman Konsep Matematika Mahasiswa Menggunakan Modul Teori Graf dengan Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Ilmu Sosial Dan Pendidikan*, 2(1), 87–94.
- Mardiani. (2017). Eksploitasi Kesalahan Konsep Teori Graf dalam Perkuliahan Matematika Diskrit Menggunakan Metode Game “Tantangan Berhadiah Point.” *Jurnal Mosharafa*, 6(3), 365–372.
- Mujib, A. (2019). Kesulitan Mahasiswa Dalam Pembuktian Matematis: Problem Matematika Diskrit. *Jurnal MathEducation Nusantara*, 2(1), 51–57.
- Muqti, A. S. A. (2011). *Graf Garis Dari Graf Euler dan Graf Hamiltonian*.
- Mutianingsih, N., Prayitno, L. L., & Kurniawan, A. P. (2018). Proses Berpikir Mahasiswa dalam Memecahkan Masalah Fungsi Pembangkit. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 3(1), 29–39. <https://doi.org/10.15642/jrpm.2018.3.1.29-39>
- Nadlifah, M. (2020). Konstruksi Bukti Matematis Mahasiswa Bergaya Kognitif Reflektif. *Pendekar: Jurnal Pendidikan Berkarakter*, 3(2), 50–53.
- Prayitno, L. L., Purwanto, P., Subanji, S., Susiswo, S., & As'ari, A. R. (2020). Exploring student's representation process in solving ill-structured problems geometry. *Participatory Educational Research*, 7(2), 183–202. <https://doi.org/10.17275/PER.20.28.7.2>
- Rumetna, M. S., Lina, T. N., Santoso, A. B., Komansilan, R., & Karay, J. (2023). Implementasi Algoritma Depth First Search Dalam Penyelesaian Permasalahan Lintasan dan Sirkuit Euler. *Jurnal Komtika (Komputasi Dan Informatika)*, 7(1), 12–21. <https://doi.org/10.31603/komtika.v7i1.8672>
- Suriyah, P., Waluya, S., Dwijanto, & Rosyida, I. (2022). Analisis Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Cerita berdasarkan Prosedur Newman. *Prosiding Seminar Nasional Pascasarjana Universitas Negeri Semarang*, 884–887. <https://doi.org/10.36665/theorems.v7i2.598>
- Syamsuri, S., & Santosa, C. A. (2017). Karakteristik pemahaman mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti matematis. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika (JRPM)*, 2(2), 131–143.
- Toulmin, S. E. (2003). *The Uses of Argument: Updated Edition*. In *The Uses of Argument: Updated Edition*. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511840005>
- Toulmin, S. E. (2012). *The Layout of Arguments*. In *The Uses of Argument*. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511840005.007>
- Ulandari, S., & Zahra, A. (2023). Representasi Teori Graf Dalam Jejaring Sosial Instagram. *Science, and Technology*, 6(2), 97–107. <http://jemst.ftk.uinjambi.ac.id/>
- Umah, U. (2018). Hambatan Mahasiswa dalam Membangun Bukti Matematis berdasarkan Kerangka Toulmin. *Edumath*, 6(2), 42–52.
- Wardani, L. K. (2022). *Perancangan Basis Data Graf Untuk Silsilah Keluarga*.
- Wellem, T., & Nataliani, Y. (2017). Clustering Graf dengan Algoritma Rantai Markov. *Jurnal Teknologi Informasi-Aiti*, 14(2), 156–167.
- Yuliana, S. (2016). Pola Argumen paragraf Argumentatif pada Artikel Jurnal Terakreditasi Bidang Ekonomi ( Perspektif Stephen Toulmin ). *Adabiyat (Jurnal Bahasa Dan Sastra)*, 15(2).

