

Berpikir *Specializing-Generalizing* Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Barisan dan Deret Aritmetika

Nella Lorenza¹, Sudirman^{2*}, Susiswo³

^{1,2,3} Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Malang, Jl. Semarang No. 5 Kota Malang, 65145, Jawa Timur, Indonesia
E-mail: sudirman.fmipa@um.ac.id

ABSTRACT

Specializing-generalizing thinking is a pair of mathematical thinking processes that are very important in the process of learning mathematics. Specializing thinking is thinking by starting from specific things while generalizing thinking is thinking that leads to general forms based on specializing. The application of specializing-generalizing thinking can be an effective strategy for teachers to improve students' mathematical thinking skills in dealing with various problems. The purpose of this study is to describe the forms of specializing-generalizing thinking of students in solving arithmetic sequence and series problems. This research method is a descriptive qualitative study with a case study approach. The subjects in this study were 2 grade X high school students who successfully solved arithmetic sequence and series problems. The instruments used were tests and interviews. The data in this study were the results of the subjects' work and the results of interview transcripts. The results of the study showed that two forms of specializing-generalizing thinking were found in solving arithmetic sequence and series problems, namely explicit-implicit schematic representation and implicit-explicit schematic representation. The results of this study are expected to provide valuable contributions to mathematics teachers in designing more meaningful learning.

Keywords: Mathematical thinking, arithmetic sequence and series problems, specializing-generalizing

ABSTRAK

Berpikir *specializing-generalizing* merupakan pasangan proses berpikir matematis yang sangat penting dalam proses pembelajaran matematika. Berpikir *specializing* adalah berpikir dengan cara memulai dari hal-hal khusus, sedangkan berpikir *generalizing* adalah berpikir yang mengarah ke bentuk umum yang didasarkan pada *specializing*. Penerapan berpikir *specializing-generalizing* dapat menjadi strategi efektif bagi guru untuk meningkatkan kemampuan berpikir matematis siswa dalam menangani berbagai masalah. Tujuan penelitian ini untuk mendeskripsikan bentuk-bentuk berpikir *specializing-generalizing* siswa dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika. Metode penelitian ini merupakan penelitian kualitatif deskriptif dengan pendekatan studi kasus. Subjek dalam penelitian ini adalah 2 siswa kelas X sekolah menengah atas yang berhasil menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika. Instrumen yang digunakan adalah tes dan wawancara. Data dalam penelitian ini adalah hasil pekerjaan subjek dan hasil transkrip wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa ditemukan dua bentuk berpikir *specializing-generalizing* dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika, yaitu representasi skematis eksplisit-implisit dan representasi skematis implisit-eksplisit. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi berharga bagi guru matematika dalam merancang pembelajaran yang lebih bermakna.

Kata kunci: Berpikir matematis, masalah barisan dan deret aritmetika, *specializing-generalizing*

Dikirim: Desember 2023; Diterima: Pebruari 2024; Dipublikasikan: Maret 2024

Cara sitasi: Lorenza, N., Sudirman., & Susiswo (2024). Berpikir *Specializing-Generalizing* Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Barisan dan Deret Aritmetika. *Teorema: Teori dan Riset Matematika*, 09(01), 151–164.

DOI: <http://dx.doi.org/10.25157/teorema.v9i1.12892>

This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license



PENDAHULUAN

Salah satu aspek penting dalam matematika yang perlu dimiliki siswa adalah kemampuan untuk mengembangkan keterampilan berpikir mereka (Izzatin *et al.*, 2020). Kemampuan berpikir ini memiliki signifikansi dalam penerapannya di tingkat sekolah dasar, sekolah menengah, hingga perguruan tinggi (Kurniati & Zayyadi, 2018). Tanpa disadari, siswa menengah atas seharusnya sudah mampu menyelesaikan masalah dengan benar dimana berdasarkan tahapan perkembangan Piaget, pada usia diatas 12 tahun seseorang diharapkan sudah dapat melakukan proses berpikir secara formal atau abstrak (Kurniati & Zayyadi, 2018; Faizah *et al.*, 2020). Untuk membantu siswa memahami masalah yang kompleks maka siswa diarahkan untuk berpikir secara matematis.

Berpikir matematis adalah jenis berpikir yang didasarkan pada proses seperti belajar, menganalisis, berargumentasi, menemukan rumus dan solusi, membuat rumus dan solusi baru, serta mengembangkan metode baru untuk menyelesaikan masalah matematika (Kenjayeva, 2023). Dalam belajar matematika, berpikir matematis dapat dijadikan sebagai salah satu aspek penting dan tujuan yang fundamental dari sebuah pendidikan (Stacey, 2006). Oleh karena itu, diharapkan tujuan dasar tersebut dapat tercapai secara efektif melalui penerapan dalam berpikir matematis yang baik.

Menurut Mason *et al.* (2010) bahwa berpikir matematis adalah proses dinamis yang dapat memperluas dan memperdalam pemahaman dengan meningkatkan kompleksitas ide yang dapat diselesaikan. Dalam berpikir matematis terdapat dua pasang proses mendasar yang sering dilalui (Stacey, 2006). Pasangan proses dasar dalam berpikir matematis tersebut meliputi (1) *specializing-generalizing*, dan (2) *conjecturing-convincing* (Stacey, 2006). Berpikir *specializing* adalah proses berpikir matematis yang bentuknya menghususkan masalah yang dihadapi. Berpikir *generalizing* adalah proses berpikir matematis yang bentuknya berupa pengamatan terhadap pola. Berpikir *conjecturing* adalah proses berpikir matematis yang bentuknya memberikan kesimpulan sementara berdasarkan pengamatan terhadap pola atau hasil *generalizing*. Berpikir *convincing* adalah proses berpikir matematis yang bentuknya berupa penjelasan kepada pembaca agar pembaca yakin dengan hasil yang diperoleh. Namun pada penelitian ini, berpikir matematis yang akan dieksplorasi lebih dalam hanya berfokus pada pasangan berpikir *specializing-generalizing* saja dimana berpikir matematis tersebut mengacu pada kerangka kerjanya Stacey. Sehingga dapat disimpulkan bahwa berpikir *specializing-generalizing* adalah berpikir dengan cara memulai penyelesaian masalah dari kasus-kasus khusus, kemudian dilanjutkan dengan mengarah ke bentuk umum.

Penelitian terkait proses dasar dalam berpikir matematis telah dilakukan oleh Iswari *et al.* (2019) yang menunjukkan adanya aktivitas abstraksi dalam berpikir matematis yaitu pengamatan pola, *specializing*, *generalizing*, *conjecturing*, dan menguji sebuah dugaan dari hasil jawaban subjek. Hasil yang ditemukan adalah *specializing* muncul dari penyelesaian masalah dengan melihat contoh tertentu (hal-hal khusus). Sedangkan *generalizing* dapat dilihat melalui solusi yang menggambarkan suatu pola ke dalam bentuk umum. Senada dengan peneliti sebelumnya, Susanti *et al.* (2019) juga mendeskripsikan *specializing* dan *generalizing* dengan menggunakan tipe abstraksi dalam berpikir matematis. Hasil penelitian menunjukkan bahwa abstraksi muncul ketika siswa menemukan bentuk (pola) tertentu dari masalah yang sedang diselesaikan. Namun pembahasan yang disajikan masih berfokus pada deskripsi subjek yang hanya mengandalkan penyelesaian masalah melalui formula tanpa memahami pengetahuan awal dan konsep sebelumnya, sehingga membuat karakter setiap subjek kurang terekspos dan kurang menarik. Oleh karena itu, peneliti mencoba membuat pembaharuan pada penelitian yang dilakukan dengan cara mengaitkan berpikir *specializing-generalizing* subjek dengan bentuk representasi skematis.

Penelitian terdahulu tentang representasi skematis telah dilakukan oleh Anwar *et al.* (2019) dan Anwar & Rahmawati (2018). Hasil penelitian keduanya menyimpulkan bahwa terbentuknya proses representasi skematis diawali dengan membaca soal secara berulang-ulang, mengidentifikasi soal dengan membentuk skema, dan membuat gambar skema sebagai struktur pemikiran seseorang dalam menyelesaikan permasalahan. Sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa proses yang dilalui agar terbentuknya representasi skematis tersebut mengarahkan pada

proses berpikir *specializing-generalizing* yang dimulai dengan mengkhususkan kasus tertentu kemudian dilanjutkan dengan pembentukan kasus secara umum. Hal ini didukung oleh Stacey (2006) yang memaknai *specializing* sebagai pengkhususan dan *generalizing* sebagai penggeneralisasi atau simpulan umum. Dengan kata lain, tidak menutup kemungkinan jika pada penelitian ini proses penyelesaian masalah yang diciptakan siswa akan mengarah ke representasi skematis. Sehingga pada penelitian ini akan ditunjukkan proses berpikir matematis dengan menerapkan kerangka kerja Stacey yaitu pasangan berpikir *specializing-generalizing* yang berfokus pada kasus perbandingan subjek melalui pendeskripsian dalam bentuk representasi skematis yang digunakan siswa pada hasil penyelesaian masalah konsep barisan dan deret aritmetika.

Barisan dan deret aritmetika merupakan salah satu materi lanjutan yang berkaitan dengan pola bilangan. Pola biasanya dianggap sebagai bukti dalam berpikir matematis (Singer & Voica, 2022). Sedangkan untuk merangsang proses berpikir matematis siswa dapat dilakukan dengan menerapkan konteks masalah pada bilangan dan aljabar dasar (Stacey, 2006). Senada dengan pendapat Singer & Voica (2022), pola dapat diklasifikasikan ke dalam beberapa kategori antara lain pola bilangan, pola geometri, pola berulang, dan lain sebagainya. Jika dengan memahami pola, siswa mampu untuk mengeksplorasi, menggeneralisasi, dan merepresentasikan pola tersebut ke dalam matematika (Pang & Sunwoo, 2022), maka dalam pembelajaran matematika disarankan untuk melakukan pengenalan terkait pola bilangan agar perkembangan dan peningkatan kemampuan penalaran anak lebih maju ketika dihadapi dengan suatu masalah (Wilkins *et al.*, 2022).

Masalah adalah suatu hambatan dan kesulitan atau tantangan yang membutuhkan solusi atau penyelesaian dari permasalahan tersebut (Abidin, 2017). Dalam matematika, masalah adalah soal matematika yang tidak dapat dipecahkan melalui prosedur rutin. Hal ini berarti bahwa jenis soal yang dimaksudkan disini adalah soal yang memiliki tuntutan kognitif yang tinggi (Suseelan *et al.*, 2023), sehingga penyelesaian masalah matematika tersebut diperlukan adanya percobaan dengan menggunakan beberapa langkah agar ditemukan solusi yang sesuai. Penelitian ini memiliki tujuan untuk mengidentifikasi pola dari sisi yang berbeda pada konsep barisan dan deret aritmetika. Adapun konten matematika yang diperoleh dari siswa adalah hasil penyelesaian masalah barisan dan deret aritmetika berupa gambar skema yang diilustrasikan secara langsung dan tidak langsung. Sehingga menjadikan penelitian ini berbeda dari penelitian-penelitian sebelumnya yang telah membahas tentang proses berpikir matematis.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini termasuk dalam penelitian kualitatif dengan menerapkan pendekatan studi kasus, dimana suatu kasus dianalisis secara detail untuk menghasilkan suatu teori (Creswell, 2012). Kasus yang diamati adalah proses berpikir *specializing-generalizing* yang digambarkan dalam bentuk skema dengan cara yang berbeda, yaitu representasi yang menuntun pikiran siswa untuk fokus dalam menyelesaikan masalah secara langsung dan tidak langsung.

Sebanyak 7 siswa kelas X pada salah satu sekolah menengah atas swasta di Kota Malang berpartisipasi untuk menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika. Subjek yang akan dieksplorasi berpikir *specializing-generalizing*nya dipilih setelah mengamati karakteristik data yang ditemukan oleh peneliti. Kriteria pemilihan subjek penelitian, yaitu siswa yang telah menerima materi barisan dan deret, mampu menyelesaikan masalah sehingga memunculkan kriteria berpikir *specializing-generalizing* pada hasil pengerjaan masalahnya, dan mampu berkomunikasi dengan baik. Setelah diamati berdasarkan karakteristik data, maka dari 7 siswa tersebut diperoleh 2 siswa yang hasil pengerjaan masalahnya sesuai dengan berpikir *specializing-generalizing*. Dengan demikian, kedua siswa tersebut dapat dipilih sebagai subjek dalam penelitian ini melalui penerapan metode *purposive sampling*. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah masalah barisan dan deret aritmetika yang terdiri dari dua masalah (Gambar 1) dan pedoman wawancara.

<p>1. Ibu Ida merupakan seorang pengrajin kain cual di Bangka Belitung. Selisih kenaikan jumlah helai kain cual yang diselesaikan Ibu Ida setiap bulannya adalah tetap. Jika pada bulan ke-5, banyaknya kain cual yang diselesaikan adalah 18 helai dan pada bulan ke-9 sebanyak 30 helai, hitunglah:</p> <p>a) Selisih jumlah helai kain cual yang diselesaikan setiap bulan</p> <p>b) Banyaknya helai kain cual yang diselesaikan untuk pertama kalinya</p>
<p>2. Dalam sebuah gedung akan disusun kursi untuk pelaksanaan acara training. Susunan kursi dibuat berbaris dari depan ke belakang dimana setiap baris di belakangnya berisi 4 kursi lebih banyak dari baris kursi tepat di depannya. Banyaknya kursi yang disusun dalam gedung pada baris ke-2 dan ke-3 sebanyak 72 kursi. Jika banyaknya kursi dalam sepuluh baris pertama yaitu 480 kursi, maka berapakah kursi yang tersedia untuk baris ke-9.....</p>

Gambar 1. Instrumen Penelitian

Teknik pengumpulan data yang diterapkan adalah hasil tes dan hasil wawancara. Hasil tes dikelompokkan berdasarkan pola jawaban yang sejenis dan dianalisis dengan merujuk kerangka kerja Stacey terkait pasangan berpikir *specializing-generalizing* dengan memuat beberapa indikator. Indikator dari berpikir *specializing* yaitu memilih informasi-informasi yang dianggap penting, membuat gambar sederhana, dan mencoba-coba bilangan tertentu. Sedangkan indikator dari berpikir *generalizing* yaitu menggunakan pola untuk mendapatkan suku yang ditanya. Selanjutnya, metode yang digunakan dalam wawancara adalah tidak terstruktur, yang dilakukan secara *online* dengan subjek. Tujuannya adalah untuk memperoleh jawaban spesifik dari subjek (Creswell, 2012) tentang berpikir *specializing-generalizing* dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika.

Dalam konteks penelitian ini, data dianalisis secara kualitatif. Analisis data kualitatif merupakan usaha untuk mengelola, menyusun, dan menyaring data menjadi unit yang dapat diorganisasikan, mensintesisnya, serta mengidentifikasi pola yang muncul. Harapannya adalah hasil yang disampaikan dapat diambil poin pentingnya dan dapat dipelajari oleh pembaca. Teknik analisis data yang diterapkan dalam penelitian ini diambil dari teori Miles & Huberman (1994). Adapun tahapan analisis data ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Analisis Data Kualitatif Berpikir *Specializing-Generalizing* Siswa

Tahap Analisis	Deskripsi
Reduksi data	Memilah-milah data berdasarkan indikator dari berpikir <i>specializing-generalizing</i> yang hasil berpikirnya direpresentasikan dalam bentuk skema, baik itu secara langsung maupun tidak langsung.
Penyajian data	Data yang disajikan berupa deskripsi bentuk berpikir <i>specializing-generalizing</i> siswa dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika.
Penarikan kesimpulan	Kesimpulan ditemukan adanya bentuk representasi skematis dalam hasil pekerjaan dan pikiran subjek.

Berdasarkan Tabel 1 dapat diuraikan bahwa langkah-langkah analisis data sesuai dengan kerangka kerja Miles & Huberman (1994) adalah sebagai berikut:

1. Reduksi data

Reduksi atau penguraian data bertujuan untuk menentukan bentuk berpikir *specializing-generalizing* yang dianggap relevan dengan representasi skematis. Selain itu, reduksi diperlukan untuk menyaring informasi yang tidak penting dalam konteks penelitian ini.

2. Penyajian data

Penyajian data dilakukan dengan lebih terperinci dan jelas, tujuannya adalah untuk memberikan cara yang memudahkan pengamatan terhadap keberadaan representasi skematis dalam proses berpikir *specializing-generalizing*.

3. Penarikan kesimpulan

Dengan merujuk pada temuan dari penelitian ini dan validitas yang diperkuat oleh penelitian sebelumnya, dapat ditarik kesimpulan bahwa terdapat representasi skematis, seperti

pembuatan gambar skema dari hasil kerja dan ide-ide yang termanifestasi dalam perancangan penyelesaian masalah.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa terdapat dua bentuk berpikir *specializing-generalizing* dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika, yaitu: (1) representasi skematis eksplisit-implisit (*explicit-implicit schematic representation*), dan (2) representasi skematis implisit-eksplisit (*implicit-explicit schematic representation*). Representasi skematis adalah representasi yang menggambarkan hubungan-hubungan dalam menjelaskan situasi terkait masalah (Anwar *et al.*, 2019). Adapun representasi skematis eksplisit artinya representasi yang menggambarkan hubungan-hubungan dalam menyelesaikan masalah secara langsung. Sedangkan representasi skematis implisit artinya representasi yang menggambarkan hubungan-hubungan dalam menyelesaikan masalah secara tidak langsung. Masing-masing bentuk berpikir *specializing-generalizing* dipaparkan berikut ini.

1. Representasi Skematis Eksplisit-Implisit (*Explicit-Implicit Schematic Representation*)

Proses menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika yang pertama adalah melalui representasi skematis eksplisit-implisit. Hasil pekerjaan dari subjek pertama (S1) dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika dengan representasi skematis eksplisit-implisit dapat dilihat pada Gambar 2.

Jawab

1. a) $6 \quad 9 \quad 12 \quad 15 \quad 18 \quad 21 \quad 24 \quad 27 \quad 30$ b) 6 kain cual

$\begin{array}{cccccccc} & +n \\ \hline & 6 & 9 & 12 & 15 & 18 & 21 & 24 & 27 & 30 \end{array}$

$n=3 \rightarrow$ selisih / bulan

$18 + 4n = 30$
 $4n = 12$
 $n = 3$

2. Baris pertama = n
 Baris kedua = $n + 4$
 Baris ketiga = $n + 4 + 4 = n + 8$

$72 = n + 4 + n + 8$
 $72 = 2n + 12$
 $60 = 2n$
 $30 = n$
 First row = 30 chairs

9th row = $n + (4 \times 8)$
 $= n + 32$
 $= 30 + 32$
 $= 62$

checking :
 $n = 30$
 $n + 4 = 34$
 $n + 8 = 38$
 $n + 12 = 42$
 $n + 16 = 46$
 $n + 20 = 50$
 $n + 24 = 54$
 $n + 28 = 58$
 $n + 32 = 62$
 $n + 36 = 66$

$\left. \begin{array}{l} n = 30 \\ n + 4 = 34 \\ n + 8 = 38 \\ n + 12 = 42 \\ n + 16 = 46 \\ n + 20 = 50 \\ n + 24 = 54 \\ n + 28 = 58 \\ n + 32 = 62 \\ n + 36 = 66 \end{array} \right\} = 480$
 (cekok)

Gambar 2. Jawaban Subjek 1 dalam Menyelesaikan Masalah Barisan dan Deret Aritmetika

Berdasarkan Gambar 2 pada masalah 1 dapat dilihat bahwa subjek menuliskan proses penyelesaian masalah barisan aritmetika dengan cara memulai menyelesaikan masalah tersebut dari hal-hal khusus, kemudian dilanjutkan dengan mengarah kebentuk umum seperti membuat skema secara langsung dengan menuliskan banyak helai kain dari bulan pertama (u_1), bulan kedua (u_2), bulan ketiga (u_3), bulan keempat (u_4), bulan kelima (u_5), bulan keenam (u_6), bulan ketujuh (u_7), bulan kedelapan (u_8), dan bulan kesembilan (u_9) sehingga membentuk barisan aritmetika yaitu 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30. Dalam setiap barisannya, subjek menuliskan $+n$ dimana untuk mencari nilai n subjek mulai dengan membuat pola $18 + 4n = 30$ sehingga nilai n adalah 3. Selanjutnya berdasarkan Gambar 2 pada masalah 2 dapat dilihat bahwa subjek menuliskan proses penyelesaian masalah deret aritmetika dengan cara memulai menyelesaikan masalah tersebut dari hal-hal khusus, kemudian dilanjutkan dengan mengarah kebentuk umum seperti merumuskan pola pada baris pertama dengan n , baris kedua $n + 4$, dan baris ketiga $n + 4 + 4 = n + 8$. Subjek juga menuliskan pola $72 = (n + 4) + (n + 8)$ sehingga diperoleh nilai n baris pertama adalah 30. Selain itu, subjek kemudian mencari nilai pada baris ke-9 dengan menuliskan pola baris ke-9 = $n + (4 \times 8) = 30 + 32 = 62$. Dan terakhir subjek melakukan generalisasi pola dari baris ke-1 sampai baris ke-10 dengan maksud untuk mengecek bahwa jumlah keseluruhan 10 baris

pertama adalah 480. Cara subjek menggambarkan hubungan-hubungan dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika tersebut dapat diketahui lebih lengkap melalui cuplikan wawancara peneliti (P) dengan subjek 1 (S1) berikut ini.

P : Dari masalah 1, coba Anda jelaskan bagaimana proses Anda memperoleh barisan aritmetika seperti ini:

$$\begin{array}{cccccccc} \underline{6}, & \underline{9}, & \underline{12}, & \underline{15}, & \underline{18}, & \underline{21}, & \underline{24}, & \underline{27}, & \underline{30} \\ +n & +n \end{array}$$

S1 : Awalnya saya melihat informasi dari soal bahwa yang diketahui itu adalah banyak helai kain pada bulan kelima sebanyak 18 dan pada bulan kesembilan sebanyak 30. Karena yang ditanya pada soal bagian 1a adalah selisih, Jadi untuk mencari nilai selisih saya gunakan dengan pola $18 + 4n = 30$ hasilnya $n = 3$. Selanjutnya Saya mencoba-coba. Karena selisih setiap bulannya adalah 3, kemudian saya mencoba mencari banyak helai kain mulai dari bulan kedelapan, karena bulan kesembilan banyaknya helai kain adalah 30 maka bulan kedelapan = $30 - 3 = 27$, saya coba lagi pada bulan ketujuh yaitu bulan ketujuh = $27 - 3 = 24$, dan seterusnya sampai bulan pertama. Selanjutnya saya cek secara manual dengan menambahkan 3 setiap bulannya dan ternyata hasilnya sama, maka saya kira itu sudah benar.

P : Dari mana Anda memperoleh pola $18 + 4n = 30$?

S1 : 18 itu bulan kelima kemudian saya jumlahkan dengan $4n$ yang saya peroleh dari jumlah n pada bulan kelima sampai bulan kesembilan sehingga n nya sebanyak 4 kali. Dan 30 itu bulan kesembilan

P : Lalu mengapa Anda menggambar barisannya seperti ini:

$$\begin{array}{cccccccc} \underline{6}, & \underline{9}, & \underline{12}, & \underline{15}, & \underline{18}, & \underline{21}, & \underline{24}, & \underline{27}, & \underline{30} \\ +n & +n \end{array}$$

S1 : Saya buat seperti garis bilangan itu untuk mempermudah saya menyelesaikan masalahnya.

P : Dari masalah 2, coba Anda jelaskan bagaimana proses Anda menyelesaikan masalah pada deret aritmetika itu?

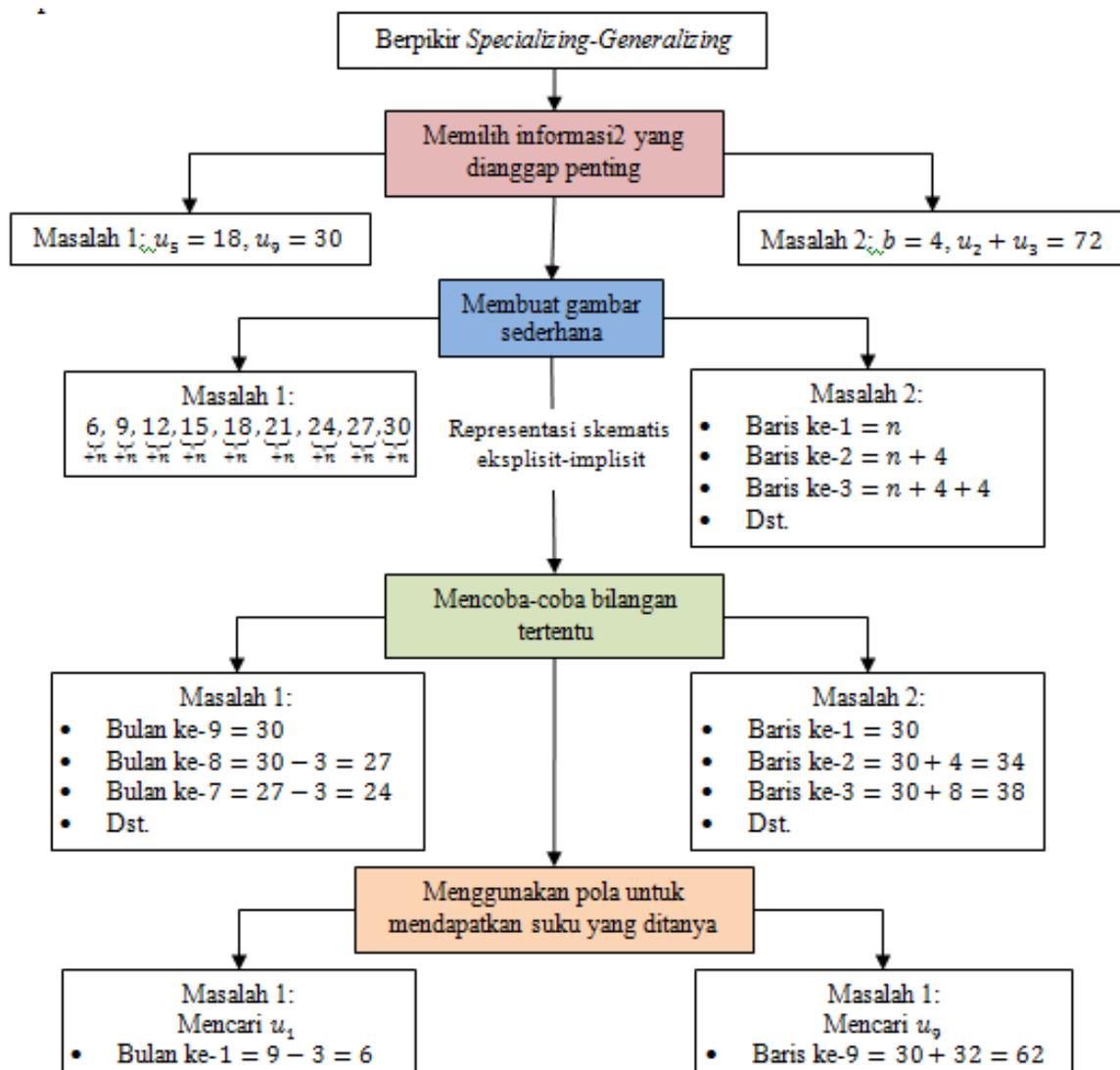
S1 : Saya melihat dari informasi soal bahwa selisih setiap barisnya adalah 4 dan baris kedua + baris ketiga = 72, sehingga saya mencoba-coba untuk baris pertama n , baris kedua $n + 4$, baris ketiga $n + 4 + 4$ dan seterusnya. Selanjutnya saya mulai menyusun pola yang ditemukan menjadi $72 = (n + 4) + (n + 8)$ sehingga diperoleh nilai baris pertama adalah 30. Karena ditanya pada soal adalah baris ke-9, jadi baris ke-9 = $n + (4 \times 8)$ yang hasilnya 62.

P : Apa gunanya Anda membuat pola untuk baris pertama sampai baris ke-10 itu?

S1 : Untuk mengecek bahwa jumlah keseluruhan 10 baris pertama adalah 480. Dan ternyata hasilnya sama dan benar.

Dari cuplikan wawancara dapat diketahui bahwa dari masalah 1 kegiatan pertama yang dilakukan subjek adalah memilih informasi-informasi penting seperti melihat sesuatu yang diketahui dari soal terkait bulan ke-5 ada 18 kain cual dan bulan ke-9 ada 30 kain cual. Kedua, subjek mulai mencari beda/selisih dari pola bilangan yaitu 3, sehingga subjek dapat menentukan nilai selisihnya dengan menggunakan pola $18 + 4n = 30$. Ketiga, subjek mencoba-coba untuk menemukan banyak kain pada bulan pertama dengan menggambarkan barisannya menjadi seperti garis bilangan, cara subjek menemukan banyak kain tersebut yaitu dengan mulai mencari banyak kain dari bulan kedelapan, karena bulan kesembilan banyaknya helai kain adalah 30 maka bulan kedelapan = $30 - 3 = 27$. Kemudian dilanjutkan kembali dengan mencoba bilangan pada bulan ketujuh yaitu bulan ketujuh = $27 - 3 = 24$, dan seterusnya sampai bulan pertama yang hasilnya adalah 6. Akhirnya subjek melakukan pengecekan secara manual dengan menambahkan 3 setiap bulannya dan ternyata hasilnya sama dengan yang digambarkan pada skema tersebut sehingga subjek yakin bahwa hasil yang diperoleh sudah benar. Tujuan subjek menggambar barisan tersebut menjadi skema adalah untuk mempermudah subjek menyelesaikan masalahnya. Proses ini disebut dengan representasi skematis eksplisit. Sedangkan dari masalah 2 terlihat bahwa kegiatan pertama yang dilakukan subjek adalah memilih informasi penting dari soal seperti terdapat tambahan 4 kursi setiap baris sebelumnya yang diyakini bahwa itu adalah selisih/beda dan jumlah kursi pada baris ke-2 dan ke-3 adalah 72. Kedua, subjek mulai mencoba-coba dengan membuat pola bahwa baris pertama n , baris kedua $n + 4$, baris ketiga $n + 4 + 4$ dan seterusnya. Karena informasi dari soal adalah baris kedua + baris ketiga = 72 maka subjek langsung mulai menyusun pola yang

ditemukan menjadi $72 = (n + 4) + (n + 8)$ sehingga diperoleh nilai baris pertama adalah 30. Ketiga, karena nilai baris pertama yang diperoleh adalah 30 maka dengan menggunakan pola baris kesembilan yaitu baris ke-9 = $n + (4 \times 8)$ jadi subjek menemukan hasilnya 62. Keempat, subjek melakukan pengecekan bahwa jumlah keseluruhan 10 baris pertama adalah 480, dan ternyata hasilnya sama dan benar. Proses ini disebut dengan representasi skematis implisit. Jadi dapat disimpulkan bahwa subjek 1 melakukan penyelesaian masalah barisan dan deret aritmetika dengan menggunakan representasi skematis eksplisit-implisit dalam masalah barisan dan deret aritmetika ini. Proses representasi skematis eksplisit-implisit dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3 Berpikir *Specializing-Generalizing* Subjek 1 melalui Representasi Skematis Eksplisit-Implisit

Berdasarkan Gambar 3 dapat dilihat bahwa berpikir *specializing-generalizing* subjek dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika melalui representasi skematis eksplisit-implisit memenuhi empat indikator. Indikator pertama adalah memilih informasi-informasi yang dianggap penting. Pada indikator pertama ini, subjek fokus pada informasi yang diketahui seperti $u_5 = 18$, $u_9 = 30$ (pada masalah 1), dan $b = 4$, $u_2 + u_3 = 72$ (pada masalah 2) sehingga memudahkan subjek dalam menyusun penyelesaian masalah sesuai dengan pemahaman yang sudah didapat sebelumnya. Indikator kedua adalah membuat gambar sederhana. Pada indikator ini, subjek fokus menggambarkan hasil penyelesaian masalah barisan aritmetika secara langsung dengan membuat ilustrasi seperti bentuk garis bilangan. Sedangkan pada masalah deret aritmetika, subjek fokus

menggambarkan hasil penyelesaian masalahnya secara tidak langsung yang berarti hanya terjadi didalam pikiran subjek saja. Indikator ketiga adalah mencoba-coba bilangan tertentu. Pada indikator ini, subjek mulai mencoba memasukkan bilangan yang cocok dengan pola yang telah ditemukan subjek sehingga hasil yang diperoleh akan membentuk barisan aritmetika. Indikator keempat adalah menggunakan pola untuk mendapatkan suku yang ditanya seperti mencari suku pertama (u_1) pada masalah 1 dan suku kesembilan (u_9) pada masalah 2.

2. Representasi Skematik Implisit-Eksplicit (*Implicit-Explicit Schematic Representation*)

Proses menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika yang pertama adalah melalui representasi skematis implisit-eksplisit. Hasil pekerjaan dari subjek kedua (S2) dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika dengan representasi skematik implisit-eksplisit dapat dilihat pada Gambar 4.

① a.) Diketahui = bulan 5 = 18 helai
 bulan 9 = 30 helai
 selisih banyak helai dari bulan 5 - bulan 9 = $30 - 18$
 $= 12$ helai (4 bulan)

Jawab = Banyak helai yg dibuat tiap bulan = $12 : 4$
 $= 3$ helai (tiap bulan)

b.) bulan ke 4 = $18 - 3 = 15$ helai
 - " - ke 3 = $15 - 3 = 12$ helai
 - " - ke 2 = $12 - 3 = 9$ helai
 - " - ke 1 = $9 - 3 = 6$ helai (Bulan pertama buat 6 helai)

untuk pertama kalinya berarti buat 3 helai karena Bulan 1 ia membuat 6 helai
 dan pertanyaannya "Pertama kali" bukan bulan pertama jadi hasilnya 6 helai - 3 helai
 hasilnya 3 helai atau Pertama kali buat 3 helai itu Bulan 12 tahun sebelumnya :)

2.) Baris = 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 total
 72 kursi

total = 480 kursi

Baris →

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
28	32	40	44	48	52	56	60	64	68
+4	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+4	+4

→ total kursi = 492 kursi

kursi yang ada untuk 10 baris adalah 480 kursi
 sedangkan kursi yg dibutuhkan 492 kursi
 kursi yang kurang = $492 - 480$
 $= 12$ kursi
 kursi yg tersedia untuk baris ke-9 adalah $64 - 12$ kursi = 52 kursi

Gambar 4 Jawaban Subjek 2 dalam Menyelesaikan Masalah Barisan dan Deret Aritmetika

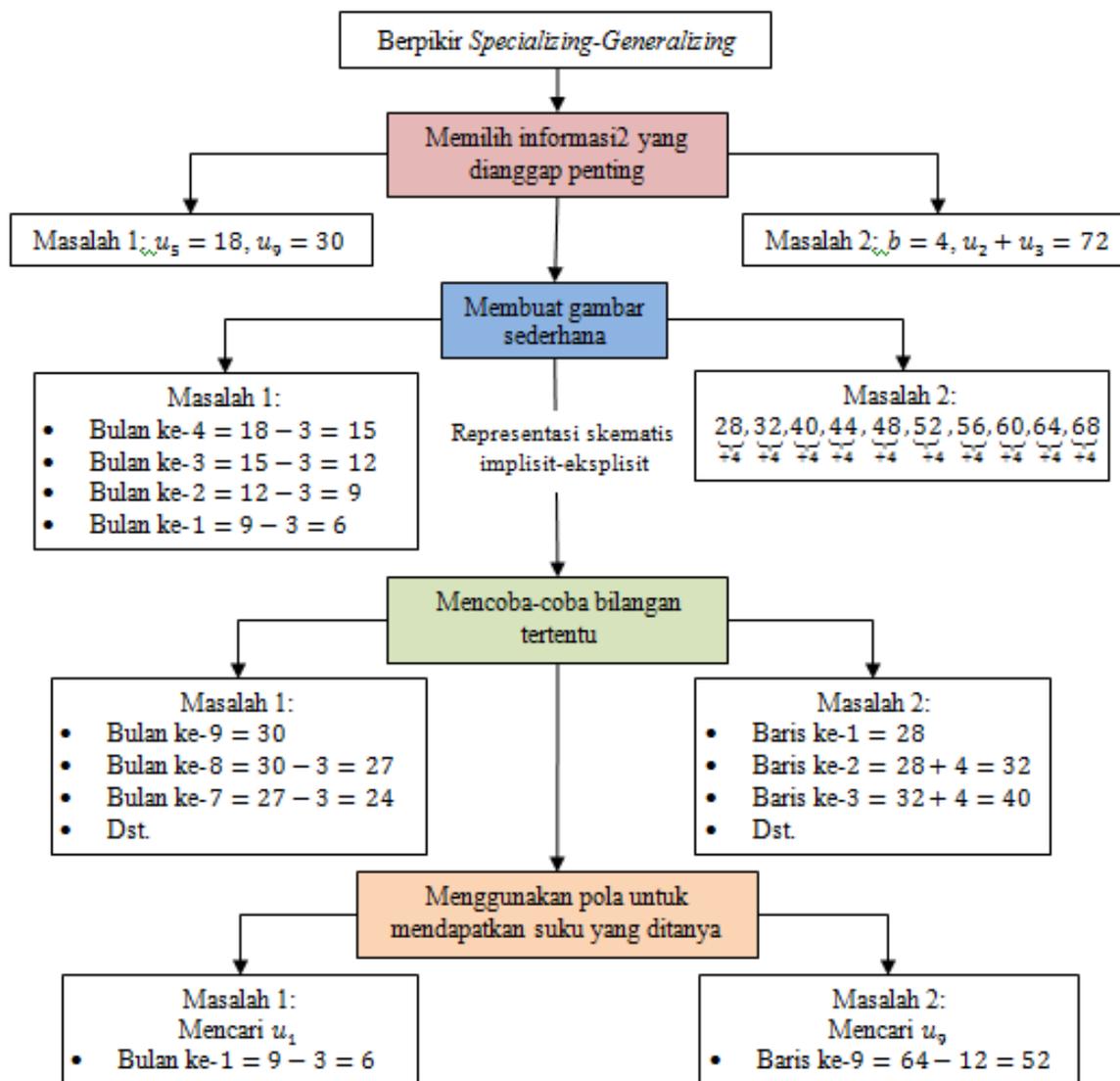
Dari Gambar 4 pada masalah 1 dapat dilihat bahwa subjek menuliskan proses penyelesaian masalah barisan aritmetika dengan cara memulai menyelesaikan masalah tersebut dari hal-hal khusus, kemudian dilanjutkan dengan mengarah kebentuk umum seperti subjek menuliskan informasi penting yang diketahui dari soal bahwa bulan ke-5 = 18 helai dan bulan ke-9 = 30 helai. Selanjutnya subjek menentukan selisihnya dengan mulai mengurangkan banyak helai kain cual pada bulan ke-9 – bulan ke-5 yaitu $30 - 18 = 12$ helai dan menyimpulkan bahwa 12 adalah

selisih untuk 4 bulan, maka selisih untuk tiap bulannya adalah $\frac{12}{4} = 3$. Kemudian subjek membuat pola dimulai dari bulan ke-4 yaitu $18 - 3 = 15$, dilanjutkan dengan bulan ke-3 yaitu $15 - 3 = 12$, bulan ke-2 yaitu $12 - 3 = 9$, dan sampai pada bulan ke-1 yaitu $9 - 3 = 6$. Sehingga banyak helai kain pada bulan pertama adalah 6. Selanjutnya berdasarkan Gambar 3 pada masalah 2 dapat dilihat bahwa subjek menuliskan proses penyelesaian masalah deret aritmetika dengan cara memulai menyelesaikan masalah tersebut dari hal-hal khusus, kemudian dilanjutkan dengan mengarah kebentuk umum seperti membuat skema pertama secara langsung dengan menuliskan baris ke-1 sampai baris ke-10 dimana diketahui bahwa banyak kursi pada baris ke-2 dan baris ke-3 adalah 72 kursi dengan total kursi dalam 10 baris adalah 480 kursi. Pada skema kedua, subjek juga membuatnya secara langsung dengan menuliskan banyak kursi dari baris pertama (u_1), baris kedua (u_2), baris ketiga (u_3), baris keempat (u_4), baris kelima (u_5), baris keenam (u_6), baris ketujuh (u_7), baris kedelapan (u_8), baris kesembilan (u_9), dan baris kesepuluh (u_{10}) sehingga membentuk barisan aritmetika yaitu 28, 32, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68 dengan jumlah kursi keseluruhan sebanyak 492 kursi. Dalam setiap barisannya, subjek juga menuliskan +4. Cara subjek menggambarkan hubungan-hubungan dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika tersebut dapat diketahui lebih lengkap melalui cuplikan wawancara peneliti (P) dengan subjek 1 (S1) berikut ini.

- P : Dari masalah 1, coba Anda jelaskan bagaimana proses Anda menyelesaikan masalah pada soal itu?
- S1 : Diketahui dari soal bahwa banyak helai kain pada bulan ke-5 adalah 18 helai dan bulan ke-9 sebanyak 30 helai, selanjutnya saya mencari selisihnya dengan cara mengurangi banyak helai kain pada bulan ke-9 dan ke-5 yang hasilnya adalah 12 helai untuk 4 bulan, jadi selisih tiap bulannya adalah $\frac{12}{4} = 3$ helai. Berikutnya saya coba cari mulai dari bulan ke-4 = $18 - 3 = 15$ helai, bulan ke-3 = $15 - 3 = 12$ helai, bulan ke-2 = $12 - 3 = 9$ helai, dan bulan ke-1 = $9 - 3 = 6$ helai. Sehingga pada bulan pertama ada 6 helai kain.
- P : Lalu mengapa Anda mulai mencari dari bulan ke-4?
- S1 : Karena pada bulan ke-5 ada 18 helai kain, jadi saya mulai dari yang diketahui dulu.
- P : Dari masalah 2, coba Anda jelaskan bagaimana proses Anda menyelesaikan masalah deret aritmetika pada barisan aritmetika seperti ini:
- $$\begin{array}{cccccccccccc} \underline{28}, & \underline{32}, & \underline{40}, & \underline{44}, & \underline{48}, & \underline{52}, & \underline{56}, & \underline{60}, & \underline{64}, & \underline{68} & ? \\ +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & \end{array}$$
- S1 : Saya melihat dari informasi soal bahwa selisih setiap barisnya adalah 4 dan jumlah baris ke-2 dan ke-3 adalah 72 kursi, sehingga saya mencoba-coba mulai dari banyak kursi pada baris ke-2 sebanyak 32 kursi dan baris ke-3 sebanyak 40 kursi dengan jumlah 72 kursi dari keduanya dan selisihnya 4. Selanjutnya baru saya coba lagi pada baris ke-1, baris ke-4, baris ke-5, baris ke-6, baris ke-7, baris ke-8, baris ke-9, dan baris ke-10 dimana total kursi dalam sepuluh baris tersebut adalah 492 kursi.
- P : Mengapa Anda menggambar barisannya seperti ini:
- $$\begin{array}{cccccccccccc} \underline{28}, & \underline{32}, & \underline{40}, & \underline{44}, & \underline{48}, & \underline{52}, & \underline{56}, & \underline{60}, & \underline{64}, & \underline{68} & ? \\ +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & \end{array}$$
- S1 : Saya buat agar memudahkan saya mencoba-coba bilangan yang cocok dengan masalahnya

Dari cuplikan wawancara dapat diketahui bahwa dari masalah 1 kegiatan pertama yang dilakukan subjek adalah memilih informasi-informasi penting seperti melihat sesuatu yang diketahui dari soal bahwa bulan ke-5 ada 18 kain cual dan bulan ke-9 ada 30 kain cual. Kedua, subjek mulai mencari selisihnya dengan cara mengurangi banyak helai kain pada bulan ke-9 dan ke-5 yang hasilnya adalah 12 helai untuk 4 bulan, jadi selisih tiap bulannya adalah $\frac{12}{4} = 3$ helai. Ketiga, subjek mencoba-coba untuk mencari mulai dari bulan ke-4 = $18 - 3 = 15$ helai, bulan ke-3 = $15 - 3 = 12$ helai, bulan ke-2 = $12 - 3 = 9$ helai, dan bulan ke-1 = $9 - 3 = 6$ helai. Sehingga pada bulan pertama ada 6 helai kain. Proses ini disebut dengan representasi skematis implisit. Sedangkan dari masalah 2 terlihat bahwa kegiatan pertama yang dilakukan subjek adalah melihat dari informasi soal bahwa selisih setiap barisnya adalah 4 dan jumlah baris ke-2 dan ke-3 adalah 72 kursi. Kedua, subjek mencoba mencari banyak kursi mulai dari baris ke-2 sebanyak 32

kursi dan baris ke-3 sebanyak 40 kursi dengan jumlah 72 kursi dari keduanya dan selisihnya 4. Ketiga, subjek kembali mencoba bilangan pada baris ke-1, baris ke-4, baris ke-5, baris ke-6, baris ke-7, baris ke-8, baris ke-9, dan baris ke-10 dimana total kursi dalam sepuluh baris tersebut adalah 492 kursi. Subjek menggambarkan barisannya dalam bentuk skema dengan tujuan agar mempermudah subjek ketika mencoba-coba bilangan yang cocok dengan masalahnya. Proses ini disebut dengan representasi skematis eksplisit. Jadi dapat disimpulkan bahwa subjek 2 melakukan penyelesaian masalah barisan dan deret aritmetika dengan menggunakan representasi skematis implisit-eksplisit yang dijelaskan pada Gambar 5.



Gambar 5 Berpikir *Specializing-Generalizing* Subjek 2 melalui Representasi Skematis Implisit-Eksplisit

Berdasarkan Gambar 5 dapat dilihat bahwa berpikir *specializing-generalizing* subjek dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika melalui representasi skematis implisit-eksplisit memenuhi empat indikator. Indikator pertama adalah memilih informasi-informasi yang dianggap penting. Pada indikator pertama ini, subjek fokus pada informasi yang diketahui seperti $u_5 = 18$, $u_9 = 30$ (pada masalah 1), dan $b = 4$, $u_2 + u_3 = 72$ (pada masalah 2) sehingga memudahkan subjek dalam menyusun penyelesaian masalah sesuai dengan pemahaman yang sudah didapat sebelumnya. Indikator kedua adalah membuat gambar sederhana. Pada indikator ini, subjek fokus menggambarkan hasil penyelesaian masalah barisan aritmetika secara tidak langsung yang berarti hanya terjadi didalam pikiran subjek saja. Sedangkan pada masalah deret aritmetika, subjek fokus

menggambarkan hasil penyelesaian masalahnya secara langsung dengan membuat ilustrasi seperti bentuk garis bilangan. Akan tetapi subjek terlihat kesulitan dalam menyelesaikannya sehingga terjadi kekeliruan pada jawaban akhirnya. Indikator ketiga adalah mencoba-coba bilangan tertentu. Pada indikator ini, subjek mulai mencoba memasukkan bilangan yang cocok dengan pola yang telah ditemukan subjek sehingga hasil yang diperoleh akan membentuk barisan aritmetika namun karena proses penyelesaiannya masih terdapat kekeliruan jadi jawaban akhir subjek masih terlihat ada yang salah. Indikator keempat adalah menggunakan pola untuk mendapatkan suku yang ditanya seperti mencari suku pertama (u_1) pada masalah 1 dan suku kesembilan (u_9) pada masalah 2.

Secara umum diperoleh bahwa proses dari berpikir *specializing-generalizing* subjek ini telah ditemukan adanya dua bentuk berpikir dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika, yang pertama adalah representasi skematis eksplisit-implisit (*explicit-implicit schematic representation*) dan yang kedua adalah representasi skematis implisit-eksplisit (*implicit-explicit schematic representation*). Dalam penelitian ini, bentuk representasi skematis eksplisit-implisit yang dipaparkan adalah subjek fokus menggambarkan hasil penyelesaian masalah barisan aritmetika secara langsung dengan membuat ilustrasi seperti bentuk garis bilangan. Pada masalah deret aritmetika, subjek fokus menggambarkan hasil penyelesaian masalahnya secara tidak langsung yang berarti penggambaran masalah hanya terjadi didalam pikiran subjek saja. Sedangkan bentuk representasi skematis implisit-eksplisit yang ditunjukkan merupakan kebalikannya bahwa subjek fokus menggambarkan hasil penyelesaian masalah barisan aritmetika secara tidak langsung yang berarti hanya terjadi didalam pikiran subjek saja dan untuk masalah deret aritmetika, subjek fokus menggambarkan hasil penyelesaian masalahnya secara langsung dengan membuat ilustrasi seperti bentuk garis bilangan. Hasil penelitian ini sejalan dengan hasil penelitian sebelumnya yang menunjukkan bahwa siswa menciptakan representasi skematis dengan membuat gambar skema berisi kerangka masalah dan dilengkapi dengan beberapa keterangan kunci terkait masalah tersebut (Anwar *et al.*, 2019). Selanjutnya siswa yang berhasil membentuk representasi skematis tersebut mampu menyajikan informasi dan gambar skema secara lebih singkat, akurat, dan tepat (Anwar *et al.*, 2021; Anwar *et al.*, 2019). Seperti yang diamati dalam penelitian sebelumnya, hasil penelitian ini juga memperlihatkan bahwa subjek yang menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika melalui representasi skematis juga mampu mengekspresikan solusi secara ringkas melalui penyajian gambar skema.

Cara yang dilakukan oleh kedua subjek dengan menerapkan pengetahuan yang telah didapat sebelumnya melalui representasi skematis dirasa cukup efektif, karena dapat memunculkan berpikir *specializing-generalizing* saat menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika. Berbagai hasil penelitian juga menunjukkan bahwa dengan adanya representasi skematis maka akan memiliki efek positif yang jelas terhadap kinerja siswa secara keseluruhan dan sebagian besar siswa berhasil menggunakan kembali representasi yang ditemui untuk memecahkan masalah baru (Fagnant & Vlassis, 2013). Hal ini sejalan dengan Estes & Wisniewski yang menjelaskan bahwa struktur skematis didasarkan pada konsep dan prinsip-prinsip yang muncul dari pengalaman sebelumnya, sehingga melibatkan konstruksi hubungan yang menghubungkan konsep-konsep yang berbeda (Kim & Jung, 2023). Dengan membuat skema, siswa mampu memahami pertanyaan dan permasalahan dengan baik (Anwar & Rahmawati, 2018). Fagnant & Vlassis mendukung pandangan tersebut dengan menyatakan bahwa representasi skematis memiliki peran krusial dalam menyelesaikan masalah yang kompleks, karena memungkinkan siswa untuk menggambarkan esensi masalah dalam bentuk skema (Anwar & Rahmawati, 2022). Oleh karena itu, melalui penggunaan representasi skematis, siswa dapat mengekstrak informasi kunci dan memahami keterkaitan antar informasi yang terdapat dalam permasalahan (Thevenot & Barrouillet, 2015 dalam Anwar & Rahmawati, 2022).

KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan dengan cara mengeksplor berpikir *specializing-generalizing* dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmetika, ditemukan adanya dua berpikir *specializing-generalizing*, yaitu representasi skematis eksplisit-implisit pada subjek 1 dan representasi skematis implisit-eksplisit pada subjek 2. Representasi skematis adalah representasi yang menggambarkan hubungan-hubungan dalam menjelaskan situasi terkait masalah. Representasi skematis eksplisit artinya representasi yang menggambarkan hubungan-hubungan dalam menyelesaikan masalah secara langsung. Sedangkan representasi skematis implisit artinya representasi yang menggambarkan hubungan-hubungan dalam menyelesaikan masalah secara tidak langsung.

Dengan menemukan cara berpikir *specializing-generalizing* melalui representasi skematis, diharapkan dapat memberikan kontribusi bagi guru matematika dalam merancang pembelajaran yang lebih bermakna. Selain itu, temuan ini dapat menjadi referensi langsung bagi guru dalam mengembangkan perangkat pembelajaran, alat evaluasi, dan media pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan tingkat kognitif siswa.

REKOMENDASI

Peneliti menyarankan kepada para guru untuk memberikan peluang kepada siswa guna mengevaluasi hasil kerja mereka dalam menyelesaikan masalah. Selain itu, disarankan pula agar guru memberikan pemahaman dasar yang diperlukan oleh siswa untuk mengatasi masalah yang lebih kompleks, sambil memastikan penanaman pemahaman konsep mengenai barisan dan deret aritmetika.

UCAPAN TERIMAKASIH

Ucapan terimakasih ini disampaikan kepada dosen pembimbing, kepala sekolah, guru matematika, dan siswa di lokasi penelitian. Terima kasih atas izin, kesempatan, serta dukungan yang diberikan, yang telah memungkinkan penyelesaian penelitian ini hingga akhir.

DAFTAR PUSTAKA

- Abidin, Z. (2017). *Filsafat dan Pemecahan Masalah Matematika: Konstruksi Intuisi dalam Pemecahan Masalah Divergent Berdasarkan Gaya Kognitif Field Independent dan Field Dependent*. Malang: Inteligensia Media.
- Anwar, R. B., Purwanto, P., As'Ari, A. R., Sisworo, S., & Rahmawati, D. (2019). The Process of Schematic Representation in Mathematical Problem Solving. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(3), 6–11. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/3/032075>
- Anwar, R. B., & Rahmawati, D. (2018). Students' Thinking Process in Creating Schematic Representation. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 7(2), 300–307.
- Anwar, R. B., & Rahmawati, D. (2022). Needs Analysis for The Development of Mathematics Statistics I-Module Based on Schematic Representation. *Education Quarterly Reviews*, 5(4), 96–100. <https://doi.org/10.31014/aior.1993.05.04.575>
- Anwar, R. B., Rahmawati, D., & Supriyatun, S. E. (2021). Effectiveness of Schematic Representation in Solving Word Problem. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(1), 96–104.
- Anwar, R. B., Rahmawati, D., & Widjajanti, K. (2019). Schematic Representation: How Students Creating It?. *Jurnal Matematika Dan Pembelajaran*, 7(1), 1–21.

- Creswell, J. W. (2012). *Educational Research: Planning, Conducting and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. In Pearson Education (4th ed.). Pearson Education.
- Fagnant, A., & Vlassis, J. (2013). Schematic Representations in Arithmetical Problem Solving: Analysis of Their Impact on Grade 4 Students. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 149–168. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9476-4>
- Faizah, S., Nusantara, T., Sudirman, S., & Rahardi, R. (2020). Exploring Students' Thinking Process in Mathematical Proof of Abstract Algebra Based on Mason's Framework. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 8(2), 871–884. <https://doi.org/10.17478/JEGYS.689809>
- Iswari, I. F., Susanti, E., Hapizah, H., Meryansumayeka, M., & Turidho, A. (2019). Design of Problem-Solving Questions to Measure Mathematical Thinking Type Abstraction. *Journal of Physics: Conference Series*, 1318(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1318/1/012104>
- Izzatin, M., Waluyo, S. B., Rochmad, & Wardono. (2020). Students' Cognitive Style in Mathematical Thinking Process. *Journal of Physics: Conference Series*, 1613(1), 1–4. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1613/1/012055>
- Kenjayeveva, S. I. (2023). Methods for Developing Students' Mathematical Thinking Skills in Schools. *Journal of Pedagogical Inventions and Practices*, 20(2770), 110–114.
- Kim, B., & Jung, E. C. (2023). Three Unique Concept Explorations in Sketching Based on Conceptual Combinations in Associative Extension And Schematic Structure. *Thinking Skills and Creativity*, 48(10128), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2023.101281>
- Kurniati, D., & Zayyadi, M. (2018). The Critical Thinking Dispositions of Students Around Coffee Plantation Area in Solving Algebraic Problems. *International Journal of Engineering and Technology(UAE)*, 7(2), 18–20. <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i2.10.10946>
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically (Second Edition)*. England: Pearson Education Limited.
- Miles, M. B., Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Abalysis: Second Edition*. California: SAGE Publications.
- Pang, J. S., & Sunwoo, J. (2022). Design of A Pattern And Correspondence Unit to Foster Functional Thinking in An Elementary Mathematics Textbook. *ZDM-Mathematics Education*, 54(6), 1315–1331. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01411-0>
- Singer, F. M., & Voica, C. (2022). Playing on Patterns: Is It A Case of Analogical Transfer? *ZDM-Mathematics Education*, 54(1), 211–229. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01334-w>
- Stacey, K. (2006). What is Mathematical Thinking And Why is It Important?. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(48), 341-350.
- Susanti, E., Hapizah, H., Meryansumayeka, M., & Irenika, I. (2019). Mathematical Thinking of 13 Years Old Students Through Problem-Solving. *Journal of Physics: Conference Series*, 1318(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1318/1/012103>

Suseelan, M., Chew, C. M., & Chin, H. (2023). School-Type Difference Among Rural Grade Four Malaysian Students' Performance in Solving Mathematics Word Problems Involving Higher Order Thinking Skills. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 21(1), 49–69. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10245-3>

Wilkins, J. L. M., MacDonald, B. L., & Norton, A. (2022). Construction of Subitized Units is Related to The Construction of Arithmetic Units. *Educational Studies in Mathematics*, 109(1), 137–154. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10076-7>