

Grup Permutasi pada Pola Batik Banyumas

Bagas Sadatmaja Suyatno Putra¹, Suroto^{2*}, Ari Wadayani³, Najmah Istikaanah⁴, Niken Larasati⁵

^{1,2,3,4,5}Jurusan Matematika Universitas Jenderal Soedirman, Jl. Dr. Soeparno Karangwangkal, Purwokerto Utara, Banyumas, Jawa Tengah, Indonesia

E-mail: ¹bagazssp25@gmail.com, ²suroto@unsoed.ac.id, ³ari.wadayani@unsoed.ac.id, ⁴najmah.mtk@unsoed.ac.id, ⁵niken.larasati@unsoed.ac.id

*Corresponding Author

ABSTRACT

In this paper, we discuss the permutation group in Banyumas batik patterns. The identification of permutation is done by investigating the rotational and reflectional symmetry of Banyumas batik patterns. Furthermore, it is investigated that the mathematical system of the set of all permutations of each Banyumas batik pattern which is equipped with composition operations forms an algebraic structure group. The result obtained are the types of an algebraic structure group formed by Banyumas batik patterns. The tirta teja pattern forms a cyclic group C_2 , the ayam puger pattern forms a dihedral group D_4 , the babon angram and sida mukti patterns form a dihedral group D_2 , and the jahe serimpang, udan riris, lumbon, sida luhur, sekar jagad and gemek setekem patterns form an identity group. Meanwhile, the pring sedhapur, serayuan, sekar surya and godhong kosong patterns do not form a group structure.

Keywords: permutation, batik patterns, group, symmetry

ABSTRAK

Pada penelitian ini dibahas grup permutasi pada pola batik Banyumas. Identifikasi permutasi dilakukan dengan menyelidiki simetri rotasi dan refleksi pada pola batik Banyumas. Selanjutnya diselidiki bahwa sistem matematika dari himpunan semua permutasi setiap pola batik Banyumas yang dilengkapi dengan operasi komposisi membentuk struktur aljabar grup. Hasil yang diperoleh adalah jenis-jenis grup struktur aljabar yang dibentuk oleh pola-pola batik Banyumas. Pola tirta teja membentuk grup siklik C_2 , pola ayam puger membentuk grup dihedral D_4 , pola babon angram dan sida mukti membentuk grup dihedral D_2 , dan pola jahe serimpang, udan riris, lumbon, sida luhur, sekar jagad, dan gemek setekem membentuk grup identitas. Sementara itu, pola pring sedhapur, serayuan, sekar surya, dan godhong kosong tidak membentuk struktur grup permutasi.

Kata kunci: permutasi, pola batik, grup, simetri

Dikirim: Juli 2025; Diterima: Agustus 2025; Dipublikasikan: September 2025

Cara sitasi: Putra B S S, Suroto, Wadayani A, Istikaanah N & Larasati N. (2025). Grup Permutasi pada Pola Batik Banyumas. Teorema: Teori dan Riset Matematika, 10(2). 289–296. DOI: <https://dx.doi.org/10.25157/teorema.v10i2.16463>

This is an open access article under the [CC-BY-SA](#) license



PENDAHULUAN

Ilmu matematika sejatinya sudah lama meresap ke dalam aspek-aspek kehidupan masyarakat baik disadari atau tidak. Salah satu aspek yang jarang disadari dan telah lama diresapi oleh ilmu matematika adalah aspek budaya. Terdapat sebuah pandangan yang menjembatani antara budaya kehidupan sehari-hari dengan ilmu matematika, yakni etnomatematika (Verner et al., 2013). Etno memiliki makna budaya dan menggambarkan hal-hal yang membentuk budaya suatu kelompok, seperti bahasa, kode, nilai-nilai, pakaian, dan lainnya (Hardiarti, 2017). Matematika mencakup pandangan yang luas berkaitan dengan aritmatika, klasifikasi, pengurutan, perhitungan, dan pemodelan. Dengan demikian, etnomatematika berarti suatu ilmu yang digunakan untuk memahami bagaimana matematika diadaptasi dari suatu budaya. Etnomatematika mencakup seluruh hasil kebudayaan manusia, baik secara materil maupun non-materil.

Salah satu hasil kebudayaan materil yang biasanya dijadikan objek penelitian etnomatematika adalah batik. Beberapa penelitian mengenai eksplorasi etnomatematika sudah dilakukan antara lain eksplorasi etnomatematika pada aktivitas membatik di Rumah Produksi NEGI Batik Mojokerto (Azra, 2016), objek batik Madura (Zayyadi, 2018), objek batik kawung Yogyakarta (Christanti et al., 2020) dan objek batik lampung (Sutrisno & Saija, 2021). Penelitian-penelitian tersebut lebih difokuskan kepada pemanfaatan konsep-konsep matematika khususnya pada pembelajaran geometri dan fungsi yang terdapat pada beberapa motif batik. Selanjutnya, penelitian mengenai etnomatematika pola batik melalui analisis simetri pada batik Keraton Surakarta juga sudah dilakukan (Astriandini dan Kristanto, 2021). Penelitian tersebut menghasilkan kesimpulan bahwa pada batik Keraton Surakarta juga mengandung kesimetrian, yang tercermin dari 11 batik yang memiliki pola simetri.

Salah satu cabang dalam ilmu matematika adalah ilmu aljabar. Aljabar adalah cara untuk menggeneralisasi bilangan, kuantitas, relasi, dan juga fungsi (Watson, 2017). Aljabar memiliki cabang yang sering dikaji, yaitu struktur aljabar. Struktur aljabar merupakan ilmu yang mempelajari suatu himpunan dengan satu atau lebih operasi biner yang dioperasikan pada suatu sistem aljabar. Salah satu jenis dari struktur aljabar adalah grup permutasi. Pembahasan mengenai grup permutasi dapat dirujuk pada (Dixon et al., 2015), (Gallian, 2017), (Nicholson, 2012), (Sukirman, 2016) dan (Suryanti, 2017). Aplikasi grup permutasi pada pola kain Sasirangan sebelumnya sudah pernah dilakukan. (Hijriati, dkk., 2021). Penelitian tersebut bertujuan mengaplikasikan grup permutasi pada pola kain Sasirangan yang berasal dari Kalimantan Selatan.

Pada saat ini, batik Banyumas sudah mulai banyak digunakan secara resmi pada beberapa kegiatan kemasyarakatan Banyumas dan sekitarnya (Saraswati et al., 2019). Selain itu, terdapat pergeseran makna pada beberapa motif batik tulis Banyumas (Luwistiana & Septianingsih, 2019). Pada artikel ini, penulis akan mengidentifikasi bentuk permutasi dan jenis grup yang terbentuk pada pola batik Banyumas. Identifikasi dilakukan dengan menggunakan dua simetri, yaitu simetri rotasi dan simetri refleksi yang merujuk pada (Herrmann, 2013). Kedua simetri tersebut dipilih karena simetri tersebut lebih mudah diidentifikasi pada kain batik Banyumas. Sementara itu, penulis memilih Batik Banyumas karena penelitian mengenai etnomatematika pada batik Banyumas belum pernah dilakukan.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan studi literatur dan penerapan studi kasus identifikasi grup permutasi pada pola batik Banyumas. Data yang digunakan adalah data gambar pola batik Banyumas, meliputi pola lumbon, pola tirta teja, pola sida mukti, pola sida luhur, pola babon angram, pola ayam puger, pola udan riris, pola gemek setekem, pola jahe serimpang, pola serayuan, pola sekar jagad, pola pring sedhapur, pola godhong kosong, dan pola sekar surya.

Prosedur penelitian untuk mengidentifikasi grup permutasi pada pola batik banyumas adalah sebagai berikut:

1. memberikan penomoran pada gambar pola batik Banyumas;
2. menentukan jumlah simetri rotasi dan jumlah simetri refleksi dari pola batik Banyumas;
3. menentukan permutasi yang diperoleh dari rotasi dan refleksi pada garis simetri;

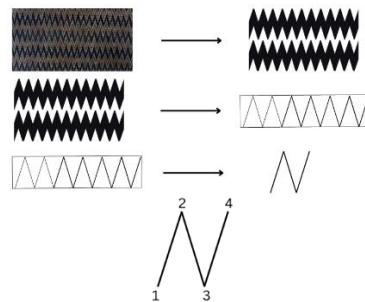
4. menentukan hasil operasi komposisi dari semua permutasi yang terbentuk dan menuliskannya dalam tabel Cayley;
5. menunjukkan bahwa himpunan semua permutasi yang terbentuk pada pola batik Banyumas yang dilengkapi dengan operasi komposisi merupakan suatu grup;
6. menentukan generator dari grup berdasarkan Tabel Cayley; dan
7. menentukan jenis grup yang terbentuk.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini disajikan hasil dan pembahasan dari penelitian yang dilakukan untuk mengidentifikasi grup permutasi pada pola batik banyumas.

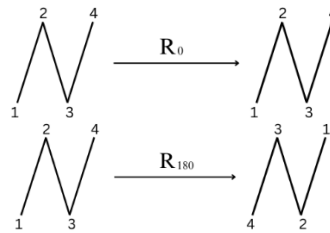
Identifikasi Grup Permutasi pada Pola Tirta Teja

Pada Gambar 1 merupakan pemotongan pola tirta teja untuk mendapatkan pola dasar dari pola tirta teja. Selanjutnya, dilakukan penomoran pada pola tersebut untuk mempermudah penentuan banyaknya simetri pada pola tirta teja.



Gambar 3. Potongan pola dan penomoran pada tirta teja

Setelah dilakukan penomoran, dicari simetri-simetri yang terdapat pada pola tersebut. Semua simetri pada pola tirta teja ditunjukkan oleh Gambar 2 berikut ini.



Gambar 2. Pola tirta teja

Dari simetri tersebut, diperoleh permutasi

$$R_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = (1) = (2) = (3) = (4)$$

dan

$$R_{180} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = (1\ 4)(2\ 3).$$

Selanjutnya, dilakukan operasi komposisi dan hasil operasi tersebut disajikan pada Tabel 1.

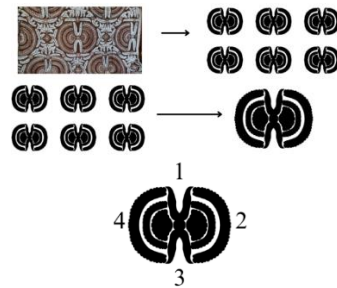
Tabel 1. Tabel Cayley hasil operasi komposisi semua permutasi pada pola tirta teja

$\circ$	R_0	R_{180}
R_0	R_0	R_{180}
R_{180}	R_{180}	R_0

Berdasarkan operasi tersebut, terlihat bahwa $G = \{R_0, R_{180}\}$ merupakan grup. Selanjutnya, diperoleh bahwa R_{180} membangun grup pada pola ini dan dapat dituliskan dalam bentuk $G = \langle R_{180} \rangle$. Karena G merupakan grup yang berisikan 2 elemen dan G dibangun oleh R_{180} , maka G merupakan grup siklik berorde 2 atau ditulis C_2 . Dengan demikian, pola tirta teja membentuk grup siklik C_2 .

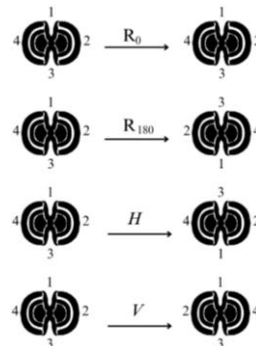
Identifikasi Grup Permutasi pada Pola Babon Angrem

Gambar 3 merupakan pemotongan pola babon angrem untuk mendapatkan pola dasar dari pola babon angrem. Selanjutnya, dilakukan penomoran pada pola tersebut untuk mempermudah penentuan banyaknya simetri pada pola babon angrem.



Gambar 3. Potongan dan penomoran pada pola babon angrem

Setelah dilakukan penomoran, dicari simetri-simetri yang terdapat pada pola tersebut. Semua simetri pada pola babon angrem ditunjukkan oleh Gambar 4 berikut ini.



Gambar 4. Simetri yang terdapat pada pola babon angrem

Dari simetri tersebut, diperoleh permutasi

$$R_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = (1) = (2) = (3) = (4),$$

$$R_{180} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} = (1\ 3)(2\ 4),$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = (1\ 3),$$

dan

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} = (2\ 4).$$

Selanjutnya, dilakukan operasi komposisi dan hasil operasi tersebut disajikan pada Tabel 2.

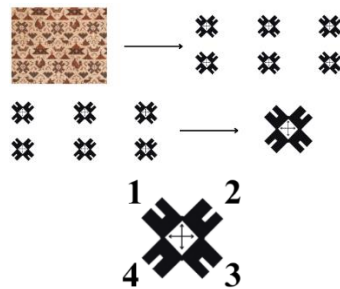
Tabel 2. Tabel Cayley hasil operasi komposisi permutasi pada pola babon angrem.

$\circ$	R_0	R_{180}	H	V
R_0	R_0	R_{180}	H	V
R_{180}	R_{180}	R_0	V	H
H	H	V	R_0	R_{180}
V	V	H	R_{180}	R_0

Dari operasi tersebut, terlihat bahwa $G = \{R_0, R_{180}, H, V\}$ merupakan grup. Selanjutnya, diperoleh bahwa R_{180} dan H membangun grup pada pola ini dan memenuhi $R_{180}^2 = H^2 = (R_{180} \circ H)^2 = R_0$. Karena G merupakan grup yang berisikan 4 elemen dan G dibangun oleh R_{180} dan H , maka G merupakan grup dihedral tingkat 4 berorde 2 atau ditulis D_2 . Dengan demikian, pola babon angram membentuk grup dihedral D_2 . Selain pola babon angram, pola sida mukti juga membentuk grup dihedral tingkat 4 berorde 2 atau D_2 .

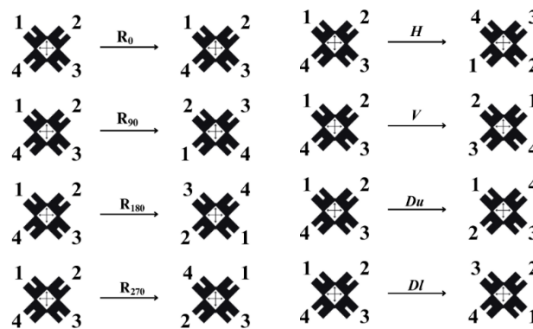
Identifikasi Grup Permutasi pada Pola Ayam Puger

Pada Gambar 5 merupakan pemotongan pola ayam puger untuk mendapatkan pola dasar dari pola ayam puger. Selanjutnya, dilakukan penomoran pada pola tersebut untuk mempermudah penentuan banyaknya simetri pada pola ayam puger.



Gambar 5. Potongan dan penomoran pada pola ayam puger

Setelah dilakukan penomoran, dicari simetri-simetri yang terdapat pada pola tersebut. Semua simetri pada pola ayam puger ditunjukkan oleh Gambar 6 berikut ini.



Gambar 6. Simetri yang terdapat pada pola ayam puger

Dari simetri tersebut, diperoleh permutasi

$$\begin{aligned}
 R_0 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = (1) = (2) = (3) = (4), \\
 R_{90} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} = (1 \ 2 \ 3 \ 4), \\
 R_{180} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} = (1 \ 3) (2 \ 4), \\
 R_{270} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = (1 \ 4 \ 3 \ 2), \\
 H &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = (1 \ 4) (2 \ 3), \\
 V &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} = (1 \ 2) (3 \ 4), \\
 D_u &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} = (2 \ 4),
 \end{aligned}$$

dan

$$D_l = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = (1\ 3).$$

Kemudian dilakukan operasi komposisi dan hasil operasi tersebut disajikan pada Tabel 3.

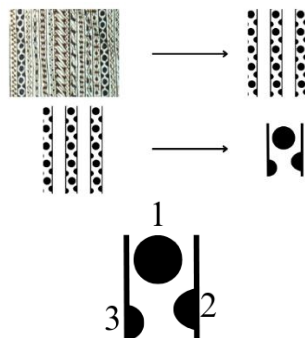
Tabel 3. Tabel Cayley hasil operasi komposisi permutasi pada pola babon angrem.

$\circ$	R_0	R_{90}	R_{180}	R_{270}	H	V	D_u	D_l
R_0	R_0	R_{90}	R_{180}	R_{270}	H	V	D_u	D_l
R_{90}	R_{90}	R_{180}	R_{270}	R_0	D_l	D_u	H	V
R_{180}	R_{180}	R_{270}	R_0	R_{90}	V	H	D_l	D_u
R_{270}	R_{270}	R_0	R_{90}	R_{180}	D_u	D_l	V	H
H	H	D_u	V	D_l	R_0	R_{180}	R_{270}	R_{90}
V	V	D_l	H	D_u	R_{180}	R_0	R_{90}	R_{270}
D_u	D_u	V	D_l	H	R_{270}	R_{90}	R_0	R_{180}
D_l	D_l	H	D_u	V	R_{90}	R_{270}	R_{180}	R_0

Dari Operasi tersebut, terlihat bahwa $G = \{R_0, R_{90}, R_{180}, R_{270}, H, V, D_u, D_l\}$ merupakan grup. Selanjutnya, diperoleh bahwa R_{90} dan H membangun grup pada pola ini dan memenuhi $R_{90}^4 = H^2 = (R_{90} \circ H)^2 = R_0$. Karena G merupakan grup yang berisikan 8 elemen dan G dibangun oleh R_{90} dan H , maka G merupakan grup dihedral tingkat 8 berorde 4 atau ditulis D_4 . Dengan demikian, pola ayam puger membentuk grup dihedral D_4 .

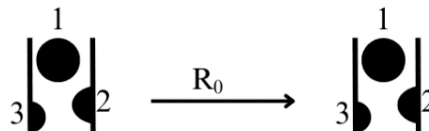
Identifikasi Grup Permutasi pada Pola Udan Riris

Pada Gambar 7 merupakan pemotongan pola udan riris untuk mendapatkan pola dasar dari pola udan riris. Selanjutnya, dilakukan penomoran pada pola tersebut untuk mempermudah penentuan banyaknya simetri pada pola udan riris.



Gambar 7. Potongan dan penomoran pada pola udan riris

Setelah dilakukan penomoran, dicari simetri-simetri yang terdapat pada pola tersebut. Semua simetri pada pola udan riris ditunjukkan oleh Gambar 8 berikut ini.



Gambar 8. Simetri yang terdapat pada pola babon angrem

Dari simetri tersebut, diperoleh permutasi

$$R_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = (1) = (2)$$

Kemudian dilakukan operasi komposisi dan hasil operasi tersebut disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Tabel Cayley hasil operasi komposisi permutasi pada pola babon angrem.

$\circ$	R_0
R_0	R_0

Dari operasi tersebut, terlihat bahwa $G = \{R_0\}$ merupakan grup. Selanjutnya, diperoleh bahwa R_0 membangun grup pada pola ini dan dapat ditulis $G = \langle R_0 \rangle$. Karena G merupakan grup yang berisikan 1 elemen dan G dibangun oleh R_0 , maka G merupakan grup siklik berorde 1 atau ditulis C_1 . Dengan demikian, pola udan riris membentuk grup siklik C_1 . Selain pola udan riris, pola jahe serimpang, lumbon, sida luhur, sekar jagad, dan gemek setekem juga membentuk grup siklik C_1 .

Identifikasi Grup Permutasi pada Pola Pring Sedapur

Pada Gambar 9, terlihat bahwa pola pring sedapur tidak memiliki perulangan dalam polanya. Hal ini mengakibatkan tidak ada pola yang dapat diidentifikasi. Oleh karena itu, pola pring sedapur tidak dapat membentuk grup permutasi.

**Gambar 9.** Pola pring sedapur

Selain pola pring sedapur, pola sekar surya, serayuan, dan godhong kosong juga tidak dapat membentuk grup permutasi.

KESIMPULAN

Hasil penelitian yang diperoleh adalah pola udan riris, pola jahe serimpang, pola lumbon, pola sida luhur, pola sekar jagad, dan pola gemek setekem membentuk grup siklik berorde 1, yaitu C_1 . Kemudian, pola tirta teja membentuk grup siklik berorde 2, yaitu C_2 . Pola babon angrem dan pola sida mukti membentuk grup dihedral tingkat 2 berorde 4, yaitu D_2 , dan pola ayam puger membentuk grup dihedral tingkat 4 berorde 8, yaitu D_4 . Sementara itu, pola pring sedapur, pola sekar surya, pola serayuan, dan pola godhong kosong tidak membentuk grup permutasi karena keempat pola tersebut tidak memiliki perulangan pada pola batiknya. Hal ini mengakibatkan tidak ada pola yang dapat diidentifikasi.

REKOMENDASI

Pada penelitian ini telah dilakukan identifikasi grup permutasi pada pola batik Banyumas. Namun, penelitian ini hanya menggunakan 2 simetri saja, yaitu simetri rotasi dan simetri refleksi. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan tidak hanya menggunakan simetri rotasi dan simetri refleksi, melainkan dapat menggunakan 2 simetri lainnya yakni simetri geser dan simetri pantul-geser.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terimakasih kepada LPPM Universitas Jenderal Soedirman untuk pendanaan melalui skema Riset Dasar No. 27.100/UN23.37/PT.01.03/2023.

DAFTAR PUSTAKA

- Azra, M. M. (2016). *Eksplorasi Etnomatematika pada Aktivitas Membatik di Rumah Produksi NEGI Batik Mojokerto* [Disertasi]. Universitas Pendidikan Indonesia.
- Christanti, A. D. I., Sari, F. Y., & Pramita, E. (2020). Etnomatematika pada Batik Kawung Yogyakarta dalam Transformasi Geometri. *ProSANDIKA (Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika) Tahun 2019*, 1, 435–444.

- Dixon, M. R., Kurdachenko, L. A., & Subbotin, I. Y. (2015). *An Introduction to Essential Algebraic Structures*. John Wiley & Sons.
- Gallian, J. (2017). *Contemporary Abstract Algebra* (7th ed.). Brooks/Cole.
- Hardiarti, S. (2017). Etnomatematika: Aplikasi Bangun Datar Segiempat pada Candi Muaro Jambi. *Aksioma*, 8(2), 99–110.
- Herrmann, D. L. (2013). *Number, Shape, and Symmetry*. CRC Press.
- Luwistiana, F., & Septianingsih, S. (2019). Pergeseran Makna pada Motif Batik Tulis Banyumasan bagi Masyarakat. *Prosiding Seminar Nasional LPPM UMP*, 1, 269–280.
- Nicholson, W. K. (2012). *Introduction to Abstract Algebra*. John Wiley & Sons.
- Saraswati, H., Iriyanto, E., & Putri, H. V. (2019). Semiotika Batik Banyumasan Sebagai Bentuk Identitas Budaya Lokal Masyarakat Banyumas. *Piwulang: Jurnal Pendidikan Bahasa Jawa*, 7(1), 16–22.
- Sukirman. (2016). *Teori Grup (Aljabar Abstrak 1)*. UNY Press.
- Suryanti, S. (2017). *Teori Grup (Struktur Aljabar 1)*. UMG Press.
- Sutrisno, E. N., & Saija, L. M. (2021). Eksplorasi Etnomatematika Motif Batik Lampung pada Penerapan Materi Grafik Fungsi. *Jurnal Pendidikan Matematika Dan Sains (JPMS)*, 9(2), 77–82.
- Verner, I., Massarwe, K., & Bshouty, D. (2013). Constructs of Engagement Emerging in an Ethnomathematically-Based Teacher Education Course. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 494–507.
- Watson, A. (2017). Key Understanding in Learning Mathematics. *Scottish Mathematical Council Journal*, 40, 14–18.
- Zayyadi, M. (2018). Eksplorasi Etnomatematika Pada Batik Madura. *Sigma*, 2(2), 36–40.