

## PEMROGRAMAN LINIER PERMASALAHAN EKONOMI PERTAHANAN: METODE GRAFIK DAN METODE SIMPLEKS

**Endro Tri Susdarwono**

Universitas Peradaban, Jl. Raya Pagojengan KM 5 Paguyangan, Brebes, Indonesia  
Email: susdarwonoendrotri@gmail.com

### ABSTRACT

Linear programming is used to maximize or minimize the objective function, with limited resource factors as constraints. Various problems widely use linear programs as implementation material. Such as defense planning, military and defense industry. The study discusses the application of linear programs in solving the defense economy problem of making two types of missiles. The settlement method uses the graph method and the simplex method. The research approach uses a descriptive approach to describe or describe the completion of linear programming using graphical methods and simplex methods related to defense economic problems. Defense economic problems regarding the case of making two types of missiles (missiles) by the defense industry (indhan), Using the graph and simplex method produces the largest Z value of 43.33 with the optimal point  $(4/3, 2)$ . So the decision P1 type missiles made  $4/3$  packages ( $4/3 \times 12 = 16$  missiles) and P2 type missiles made 2 packages ( $2 \times 12 = 24$  missiles) every year. Annual profit of 43.33 million US dollars. So there is a match between the results of the settlement with the graph method and the simplex method.

**Keywords:** Defense economics, graph method, simplex method, linear programming

### ABSTRAK

Pemrograman linier digunakan untuk memaksimalkan atau meminimalkan fungsi tujuan, dengan keterbatasan faktor sumber daya sebagai kendala. Berbagai masalah secara luas banyak menggunakan program linier sebagai bahan implementasi. Seperti perencanaan pertahanan, militer, dan industri pertahanan. Penelitian membahas aplikasi program linier dalam menyelesaikan masalah ekonomi pertahanan tentang pembuatan dua macam peluru kendali (rudal). Metode penyelesaian menggunakan metode grafik dan metode simpleks. Pendekatan penelitian menggunakan pendekatan deskriptif untuk memaparkan atau menggambarkan penyelesaian linear programming menggunakan metode grafik dan metode simpleks terkait permasalahan ekonomi pertahanan. Permasalahan ekonomi pertahanan tentang kasus pembuatan dua macam peluru kendali (rudal) oleh industri pertahanan (Indhan), Penggunaan metode grafik maupun metode simpleks menghasilkan nilai Z terbesar adalah 43,33 dengan titik optimal  $(4/3, 2)$ . Sehingga keputusannya rudal jenis P1 dibuat  $4/3$  paket ( $4/3 \times 12 = 16$  rudal) dan rudal jenis P2 dibuat 2 paket ( $2 \times 12 = 24$  rudal) setiap tahun. Laba setiap tahun sebesar 43,33 juta dolar AS. Sehingga ada kesesuaian antara hasil penyelesaian dengan metode grafik dan metode simpleks.

**Kata kunci:** Ekonomi pertahanan, metode grafik, metode simpleks, pemrograman linier

Dikirim: 18 Januari 2020; Diterima: 16 Februari 2020; Dipublikasikan: 30 Maret 2020

Cara citasi: Susdarwono, E. T. (2020). Pemrograman linier permasalahan ekonomi pertahanan: metode grafik dan metode simpleks. *Teorema: Teori dan Riset Matematika*, 5(1), 89-104.

## PENDAHULUAN

*Opportunity cost* atau biaya peluang adalah gagasan krusial dalam pertimbangan untuk memilih alternatif terbaik dalam masalah ekonomi pertahanan. Sumber daya dinilai dari biaya peluang, jadi misalkan biaya sebuah sistem misil (rudal) adalah apa yang bisa sistem dapatkan dari pembelian dari misil tersebut. Ketika keputusan alokasi telah dibuat, metoda ekonomi terdiri dari optimasi tujuan terhadap konstrain yang membatasi pilihan yang tersedia. Contoh, sebuah perusahaan terlimitasi dengan batasan teknologi dan keuangan; seorang konsumen terlimitasi dengan dana yang ia miliki; dan sebuah ekonomi terlimitasi dengan kemungkinan batasan produksinya. Pada kasus minimalisasi biaya, sumber daya digunakan secara efisien ketika marginal produk per dollar terhadap sumber daya sama dengan sumber daya yang digunakan untuk memproduksi *output*. Sebuah industri mencapai efisiensi produksi ketika semua perusahaan berada di kurva biaya terendah dan terlebih lagi *marginal cost* tiap perusahaan adalah sama. Jika *marginal cost* tidak sama antar perusahaan, maka masih dimungkinkan untuk menukarkan perusahaan bermarginal *cost* tinggi ke perusahaan bermarginal rendah maka kedua perusahaan dapat memproduksi dengan level *output* sama tetapi dengan *cost* terendah (Sandler & Hartley, 1995).

Salah satu model matematika dengan teknik analitik adalah pemrograman linier. Pemrograman linier digunakan untuk memaksimalkan atau meminimalkan fungsi tujuan, dengan keterbatasan faktor sumber daya sebagai kendala. Implementasi pemrograman linier banyak digunakan secara luas dalam berbagai masalah, termasuk dalam perencanaan pertahanan, militer, dan industri pertahanan (Yusgiantoro, 2014).

Ekonomi pertahanan menerapkan alat-alat ekonomi kepada studi pertahanan, pembatasan senjata, konversi, dan perdamaian. Sebagaimana ekonomi pertahanan merupakan sub-bidang dari ekonomi yang menghubungkan metode ekonomi dengan topik khusus, yaitu sektor pertahanan. Topik yang dimaksud termasuk diantaranya analisis pembagian beban aliansi, efek dari desain kontrak pengadaan, dampak dari pengeluaran pertahanan pada pertumbuhan ekonomi, dan konsekuensi ekonomis dari perjanjian kontrol senjata (Sandler & Hartley, 1995).

Ekonomi dan efisiensi merupakan dua sisi mata uang, yaitu dua cara pendekatan yang sama terhadap karakteristik sebuah operasi. Bila suatu perusahaan atau komandan militer telah memiliki anggaran tetap (*fixed budget*-atau sumber daya yang telah ditetapkan) dan mereka menginginkan untuk memaksimalkan produksi atau memaksimalkan pencapaian sasaran, maka dapat dikatakan mereka akan menghadapi permasalahan dalam efisiensi penggunaan sumber daya. Tetapi dipihak lain, bila tujuan (*goal*) atau sasaran (*objective*)-nya telah ditentukan "tetap", permasalahannya adalah membuatnya lebih ekonomis dalam penggunaan sumber daya yang telah mereka miliki, yaitu meminimalkan biaya yang dimiliki. Permasalahan ini, kelihatannya merupakan permasalahan yang berbeda, tetapi sebenarnya merupakan permasalahan yang sama. Pada setiap tingkatan, apakah itu "anggaran" atau "tujuan", pilihan antara memaksimalkan pencapaian tujuan untuk "anggaran yang telah ditentukan", sama dengan pilihan untuk meminimalisasi biaya dalam pencapaian tujuan. Sebagai contoh, bila suatu peluru kendali (rudal) yang merupakan suatu sistem dengan anggaran tertentu yang akan memberikan efek tangkal maksimal, itu berarti bahwa rudal tersebut ekonomis pada tingkat penangkal. Dengan kata lain, tidak ada pertentangan dalam bidang penganggaran, yaitu antara siapa yang lebih berkepentingan pada anggaran yang telah ditetapkan dan komandan militer yang berkepentingan mengefisienkan pengeluaran ketika sasaran telah ditetapkan. Terkecuali dalam menentukan jumlah anggaran atau tujuan yang ingin dicapai, mereka harus sepakat pada semua tahapan pengambilan keputusan (Supriyatno, 2014).

Pemrograman linier merupakan salah satu metode dalam riset operasi yang digunakan untuk pengambilan keputusan menggunakan pendekatan kuantitatif, pemrograman ini dilakukan pada keadaan *static*. Teknik pemrograman linier diperkenalkan Kantorovich pada tahun 1939, ahli matematika dari Rusia. Pada awalnya, analisis dilakukan dengan metode aljabar maupun grafis pada kasus sederhana, namun karena penggunaannya semakin meluas, teknik ini mengalami perkembangan. Pada tahun 1949, George Dantzig mengembangkan metode simpleks dalam

pemrograman linier, sehingga analisis tersebut bisa digunakan pada kasus dengan tingkat kompleksitas tinggi dengan ratusan bahkan ribuan variabel. Perkembangan komputer digital elektronik yang memiliki kemampuan melakukan kalkulasi hitungan yang jauh lebih cepat daripada cara manual, sangat membantu dalam penggunaan teknik ini (Yusgiantoro, 2014).

*Linear programming* merupakan suatu model umum yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah pengalokasian sumber-sumber yang teratas secara optimal. Masalah tersebut timbul apabila seseorang diharuskan untuk memilih atau menentukan tingkat setiap kegiatan yang akan dilakukannya, dimana masing-masing kegiatan membutuhkan sumber yang sama sedangkan jumlahnya terbatas. Secara sederhana, dapat digambarkan sebuah contoh keadaan bagian produksi suatu perusahaan yang dihadapkan pada masalah penentuan tingkat produksi masing-masing jenis produk dengan memperhatikan batasan faktor-faktor produksi: mesin, tenaga kerja, bahan mentah, dan sebagainya untuk memperoleh tingkat keuntungan maksimal atau biaya yang minimal (Yusgiantoro, 2014).

Pemecahan masalah *linear programming* tersebut menggunakan model matematis. Sebutan "*linear*" berarti bahwa semua fungsi-fungsi matematis yang disajikan dalam model ini haruslah fungsi-fungsi linear. Kata "*programming*" jangan dikacaukan dengan "*computer programming*", seperti yang sering didengar dalam pembicaraan sehari-hari, walaupun secara mendasar keduanya sering digunakan untuk perencanaan. Jadi, *linear programming* mencakup perencanaan kegiatan-kegiatan untuk mencapai suatu hasil yang "optimal", yaitu suatu hasil yang mencerminkan tercapainya sasaran tertentu yang paling baik (menurut model matematis) di antara alternatif-alternatif yang mungkin, dengan penggunaan fungsi linear (Subagyo *et al*, 2010).

Setiap model pemrograman linier dinyatakan dalam bentuk fungsi tujuan dan fungsi batasan (*constraint*). Fungsi tujuan merupakan suatu persamaan fungsi linear dari variabel tujuan, misalnya pendapatan, keuntungan, atau biaya. Dalam fungsi tujuan, harus dijelaskan apakah akan memaksimalkan atau meminimalkan fungsi variabel. Variabel, seperti keuntungan, produksi, dan penjualan, ditujukan untuk dimaksimalkan. Sedangkan variabel biaya dan risiko ditujukan untuk diminimalkan. Fungsi batasan menggambarkan batasan yang dihadapi dalam mencapai tujuan, yaitu terdiri dari beberapa persamaan yang masing-masing berkorelasi dengan sumber daya tertentu yang tersedia. Asumsi dasar pemrograman linier menurut Vanderbei (2007) dijelaskan sebagai berikut:

- 1) Naik turunnya nilai dari fungsi tujuan (yang akan dimaksimalkan atau diminimalkan) dan penggunaan sumber akan sebanding dengan perubahan tingkat kegiatan.
- 2) Nilai tujuan pada setiap kegiatan tidak saling mempengaruhi.
- 3) Hasil atau *output* pada setiap kegiatan dapat berupa pecahan.
- 4) Semua parameter dari model dapat diperkirakan dengan pasti.

Pemrograman linier yang mengandung sifat linier dapat diuji dengan menggunakan beberapa cara, antara lain dengan uji statistik, baik dengan memakai pendekatan grafik, maupun analitik. Beberapa langkah penting yang perlu diperhatikan dalam penyelesaian pemrograman linier, dimulai dengan memahami sistem dan melakukan konstruksi permasalahan yang dihadapi secara tepat. Termasuk bagaimana membangun formulasi fungsi tujuan, fungsi kendala karena keterbatasan sumber daya, berbagai pilihan keputusan yang akan diambil, kurun waktu pengambilan keputusan, dan keterkaitan antar sumber daya yang dipelajari dengan yang lain. Penetapan fungsi tujuan (*objective function*) dan fungsi kendala (*subjective function*) yang tepat, merupakan aspek yang sangat penting dalam memformulasikan fungsi matematik. Hal ini, dilakukan setelah mengidentifikasi dan memahami permasalahan dari kondisi nyata, kemudian melakukan transformasi ke dalam model optimisasi pemrograman linier (Yusgiantoro, 2014).

Membuat model matematika dari suatu permasalahan dengan pemrograman linier, menuntut kemampuan matematika dan seni permodelan. Membangun pemrograman linier dari kasus praktik yang sangat beragam tidaklah mudah. Yang terpenting adalah memahami anatomi permasalahan setiap kasus dan bagaimana kemudian dapat ditransformasikan ke dalam konsep permodelannya. Meskipun dalam pemrograman linier ini fungsi tujuan berupa maksimalisasi atau minimalisasi,

keputusan untuk memilih salah satunya memerlukan justifikasi yang matang. Fungsi tujuan pada suatu kasus bisa dikonversi menjadi fungsi kendala pada kasus yang lain. Pada pemrograman linier ini, yang secara garis besar perlu dicermati dalam menentukan tujuan adalah variabel keputusan dan sumber daya yang membatasi.

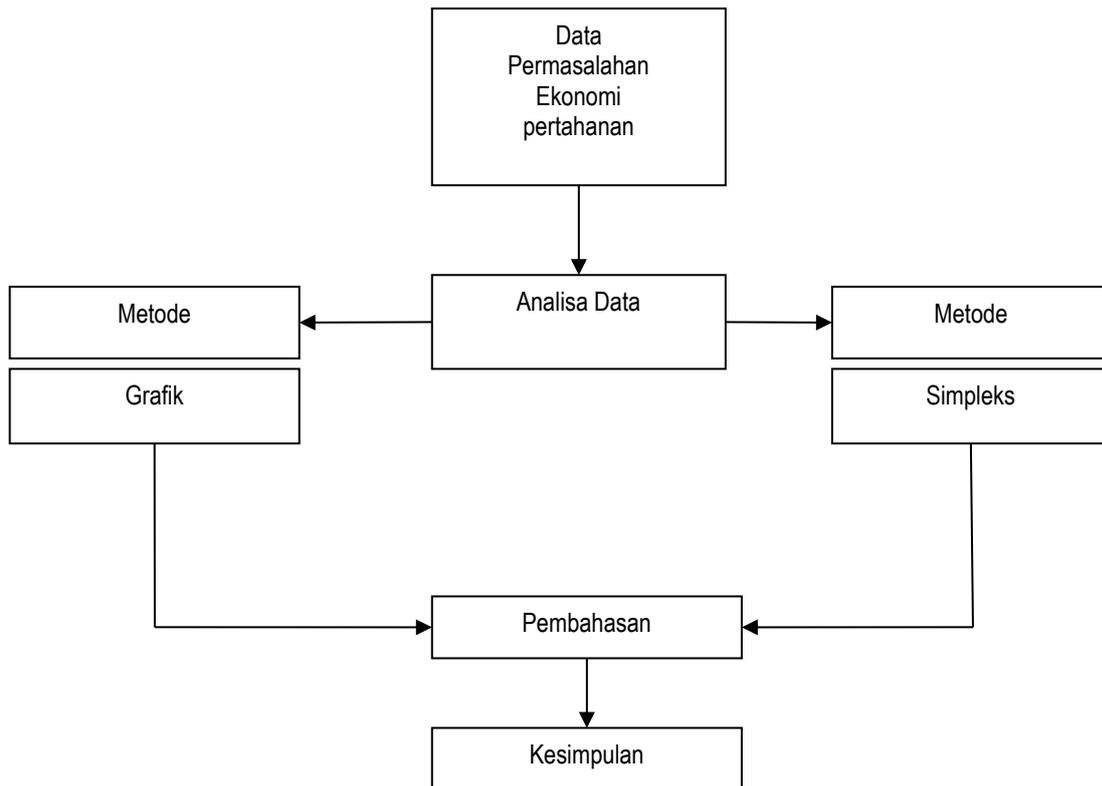
Tujuan penelitian ini untuk memberikan pemahaman tentang aplikasi program linier dalam menyelesaikan masalah ekonomi pertahanan dalam masalah pembuatan dua macam peluru kendali (rudal). Pemecahan masalah aplikasi program linier dalam kasus ekonomi pertahanan terutama tentang industri pertahanan adalah dalam pembuatan dua macam peluru kendali (rudal). Pemecahan masalah ini dapat menggunakan beberapa teknik, antara lain aljabar, grafik, ataupun metode simpleks. Cara aljabar merupakan teknik yang paling sederhana tetapi kurang efisien, terutama apabila jumlah batasan cukup banyak. Cara aljabar dilakukan untuk mencari penyelesaian dengan pendekatan *trial and error* agar diperoleh hasil yang optimal. Cara grafik cukup sederhana namun hanya dapat digunakan untuk permasalahan yang memiliki dua variabel saja, yaitu dalam bentuk grafik dua dimensi. Jika grafiknya lebih dari dua dimensi (variabel), kesulitan yang dialami adalah dalam mencari titik penyelesaian yang optimal. Cara lain yang dapat digunakan untuk memecahkan permasalahan yang memiliki banyak variabel dan batasan adalah metode simpleks. Metode simpleks pada dasarnya menggunakan prinsip solusi matriks. Penyelesaian dengan metode grafik langkahnya adalah sebagai berikut, (1) menetapkan identifikasi variabel keputusan; (2) menetapkan identifikasi fungsi tujuan dan fungsi kendala; (3) membuat gambar grafik dari fungsi yang sudah didapat; (4) menentukan daerah solusi yang memenuhi persyaratan; dan (5) menetapkan titik optimal.

## **METODE PENELITIAN**

Pendekatan penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif, pendekatan tersebut dimaksudkan untuk memaparkan atau menggambarkan penyelesaian *linear programming* menggunakan metode grafik dan metode simpleks terkait permasalahan ekonomi pertahanan, sedangkan jenis penelitian adalah penelitian deskriptif kualitatif, yaitu mendeskripsikan dan menginterpretasi apa yang ada, itu bisa mengenai kondisi/hubungan yang ada yaitu keterkaitan antara teknik dalam penyelesaian *linear programming* dengan jenis permasalahan yang ada dalam ekonomi pertahanan. Pendapat yang sedang tumbuh, proses yang sedang berlangsung, akibat/efek yang terjadi atau kecenderungan yang tengah berkembang.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini seperti dijelaskan pada Gambar 1 dengan mengikuti langkah berikut:

- 1) Tahap pertama peneliti mengadakan pengamatan terhadap permasalahan tentang ekonomi pertahanan yaitu masalah tentang pembuatan dua macam peluru kendali (rudal) oleh industri pertahanan (indhan).
- 2) Tahap selanjutnya peneliti menganalisis menggunakan metode grafik dan metode simpleks terhadap kasus tersebut.
- 3) Selanjutnya peneliti membuat rangkuman yang berisi tentang hasil penelitian dan membahas data tersebut untuk ditarik suatu kesimpulan.



**Gambar 1. Rancangan penelitian**

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Penyelesaian *Linear Programming*

Model matematis perumusan masalah umum pengalokasian sumber daya untuk berbagai kegiatan disebut sebagai model *linear programming* (LP). Model LP ini merupakan bentuk dan susunan dalam menyajikan masalah-masalah yang akan dipecahkan dengan teknik LP. Dalam model LP dikenal 2 (dua) macam “fungsi”, yaitu fungsi tujuan (*objective function*) dan fungsi-fungsi batasan (*constraint functions*). Fungsi tujuan adalah fungsi yang menggambarkan tujuan/sasaran di dalam permasalahan LP yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal sumber daya-sumber daya, untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimal. Pada umumnya nilai yang akan dioptimalkan dinyatakan sebagai Z. Sedangkan fungsi batasan merupakan bentuk penyajian secara matematis batasan-batasan kapasitas yang tersedia yang akan dialokasikan secara optimal ke berbagai kegiatan (Subagyo *et al*, 2010).

Agar memudahkan pembahasan model LP ini, digunakan simbol-simbol sebagai berikut:

- $m$  = macam batasan-batasan sumber atau fasilitas yang tersedia.
- $n$  = macam kegiatan-kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas tersebut.
- $i$  = nomor setiap macam sumber atau fasilitas yang tersedia ( $i = 1, 2, \dots, m$ ).
- $j$  = nomor setiap macam kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas yang tersedia ( $j = 1, 2, \dots, n$ ).
- $X_j$  = tingkat kegiatan ke- $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ).
- $a_{ij}$  = banyaknya sumber  $i$  yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unit keluaran (*output*) kegiatan  $j$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ , dan  $j = 1, 2, \dots, n$ ).
- $b_i$  = banyaknya sumber (fasilitas)  $i$  yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan ( $i = 1, 2, \dots, m$ ).
- $Z$  = nilai yang dioptimalkan (maksimum atau minimum).
- $C_j$  = kenaikan nilai  $Z$  apabila ada pertambahan tingkat kegiatan ( $X_j$ ) dengan satu satuan (unit); atau merupakan sumbangan setiap satuan keluaran kegiatan  $j$  terhadap nilai  $Z$ .

Keseluruhan simbol-simbol di atas selanjutnya disusun ke dalam bentuk tabel standar LP berikut.

**Tabel 1.**  
**Data untuk model *linear programming***

Kegiatan/ Sumber	Pemakaian sumber per unit kegiatan (keluaran)					N	Kapasitas Sumber
	1	2	3	...			
1	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	...	$a_{1n}$	$b_1$	
2	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	...	$a_{2n}$	$b_2$	
3	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	...	$a_{3n}$	$b_3$	
.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	
M	$a_{m1}$	$a_{m2}$	$a_{m3}$	...	$a_{mn}$	$b_m$	
$\Delta Z$ pertambahan tiap unit Tingkat kegiatan	$C_1$	$C_2$	$C_3$	...	$C_n$		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	...	$X_n$		

Berdasarkan Tabel 1 kemudian dapat disusun suatu model matematis yang digunakan untuk mengemukakan suatu permasalahan LP sebagai berikut:

Fungsi tujuan:

$$\text{Maksimumkan } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots + C_nX_n$$

Batasan-batasan:

1)  $a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1$

2)  $a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + \dots + a_{2n}X_n \leq b_2$

.

.

.

m)  $a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + a_{m3}X_3 + \dots + a_{mn}X_n \leq b_m$

dan

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \dots, X_n \geq 0$$

Seperti telah diuraikan di muka, fungsi tujuan dalam LP mencerminkan atau menggambarkan tujuan yang ingin dicapai dalam pemecahan suatu masalah LP. Batasan pertama mempunyai arti bahwa jumlah barang/jasa 1 yang dihasilkan oleh kegiatan 1 dikalikan dengan kebutuhan akan sumber 1/satuan (berarti total alokasi 1 untuk kegiatan 1) ditambah dengan hasil kegiatan 2 dikalikan dengan kebutuhan tiap satuan keluaran 2 terhadap sumber 1 (dan seterusnya sampai dengan kegiatan ke-n) tidak akan melebihi jumlah (kapasitas) tersedianya sumber 1 (yang dinyatakan dengan  $b_1$ ). Hal ini berlaku pula untuk batasan-batasan lainnya sampai ke-m.

Bentuk atau model LP di atas merupakan bentuk standar bagi masalah-masalah LP yang akan dipakai selanjutnya. Dengan kata lain bila setiap masalah dapat diformulasikan secara matematis mengikuti model di atas, maka masalah tersebut dapat dipecahkan dengan teknik LP.

Terminologi umum untuk model LP yang diuraikan di atas dapat diringkas sebagai berikut:

- 1) Fungsi yang akan dimaksimumkan:  $C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots + C_nX_n$  disebut fungsi tujuan (*objective function*).
- 2) Fungsi-fungsi batasan dapat dikelompokkan menjadi dua macam, yaitu:
  - a. Fungsi batasan fungsional, yaitu fungsi-fungsi batasan sebanyak m (yaitu  $a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + a_{i3}X_3 + \dots + a_{in}X_n$ ).
  - b. Fungsi batasan non-negatif (*non-negatif-constraints*) yaitu fungsi-fungsi batasan yang dinyatakan dengan  $X_i \geq 0$ .
- 3) Variabel-variabel  $X_j$  disebut sebagai *decision variables*.
- 4)  $a_{ij}$ ,  $b_i$ , dan  $C_j$ , yaitu masukan-masukan (*input*) konstan; disebut sebagai parameter model

Tentu saja, dalam praktik tidak semua masalah LP dapat persis mengikuti model di atas. Masalah-masalah tersebut antara lain adalah:

- 1) Masalah minimisasi, di mana seseorang dituntut untuk menentukan kombinasi (*output*) yang dapat meminimumkan pengorbanan (misal: biaya). Dalam hal ini, fungsi tujuan dinyatakan sebagai berikut:  

$$\text{Meminimumkan } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots + C_nX_n$$
- 2) Masalah dengan fungsi batasan fungsional yang memiliki tanda matematis  $\geq$ ; sehingga apabila dirumuskan terlihat sebagai berikut:  

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + \dots + a_{1n}X_n \geq b_1$$
- 3) Masalah dengan fungsi batasan fungsional yang memiliki tanda matematis  $=$ ; sehingga bila dirumuskan sebagai berikut:  

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + \dots + a_{1n}X_n = b_1$$
- 4) Masalah tertentu, dimana fungsi batasan non-negatif tidak diperlukan; atau dengan kata lain  $X_j$  tidak terbatas.

### Asumsi-Asumsi Dasar *Linear Programming*

Seharusnya semua asumsi-asumsi (anggapan-anggapan) dasar LP telah tersirat pada model yang telah dibahas di atas. Tetapi ada baiknya untuk menguraikan asumsi-asumsi dasar tersebut agar penggunaan teknik LP ini dapat memuaskan tanpa terbentur pada berbagai hal. Asumsi-asumsi dasar LP dapat diperinci sebagai berikut (Christian, 2013):

#### 1. *Proportionality*

Asumsi ini berarti bahwa naik turunnya nilai  $Z$  dan penggunaan sumber atau fasilitas yang tersedia akan berubah secara sebanding (*proportional*) dengan perubahan tingkat kegiatan.

Misal:

- a)  $Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots + C_nX_n$   
 Setiap penambahan 1 unit  $X_1$  akan menaikkan nilai  $Z$  dengan  $C_1$ . Setiap penambahan 1 unit  $X_2$  akan menaikkan nilai  $Z$  dengan  $C_2$ , dan seterusnya.
- b)  $a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1$   
 Setiap penambahan 1 unit  $X_1$  akan menaikkan penggunaan sumber/fasilitas 1 dengan  $a_{11}$ . Setiap penambahan 1 unit  $X_2$  akan menaikkan penggunaan sumber/fasilitas 1 dengan  $a_{12}$ , dan seterusnya. Dengan kata lain, setiap ada kenaikan kapasitas riil tidak perlu ada biaya persiapan (*set up cost*)

#### 2. *Additivity*

Asumsi ini berarti bahwa nilai tujuan tiap kegiatan tidak saling mempengaruhi, atau dalam LP dianggap bahwa kenaikan dari nilai tujuan ( $Z$ ) yang diakibatkan oleh kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian nilai  $Z$  yang diperoleh dari kegiatan lain.

Misal:

$$Z = 3X_1 + 5X_2$$

dimana  $X_1 = 10$ ;  $X_2 = 2$ ;

sehingga  $Z = 30 + 10 = 40$

Andaikan  $X_1$  bertambah 1 unit, maka sesuai dengan asumsi pertama nilai  $Z$  menjadi  $40+3=43$ . Jadi, nilai 3 karena kenaikan  $X_1$  dapat langsung ditambahkan pada nilai  $Z$  mula-mula tanpa mengurangi bagian  $Z$  yang diperoleh dari kegiatan 2 ( $X_2$ ). Dengan kata lain, tidak ada korelasi antara  $X_1$  dan  $X_2$ .

#### 3. *Divisibility*

Asumsi ini menyatakan bahwa keluaran (*output*) yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan pecahan. Demikian pula dengan nilai  $Z$  yang dihasilkan. Misal:  $X_1 = 6,5$ ;  $Z = 1.000,75$ .

4. *Deterministic (Certainty)*

Asumsi ini menyatakan bahwa semua parameter yang terdapat dalam model LP ( $a_{ij}$ ,  $b_i$ ,  $C_j$ ) dapat diperkirakan dengan pasti, meskipun jarang dengan tepat.

**Kasus Industri Pertahanan (Indhan)**

Pembuatan dua macam peluru kendali (rudal), rudal pertama P1 dengan jarak tembak 25 km, rudal kedua P2 dengan jarak 50 km. Indhan memiliki tiga macam proses, yaitu, proses A membuat sistem pelempar rudal 25 km, proses B membuat sistem pelempar rudal 50 km, dan proses C *assembling*. Setiap P1 mula-mula dikerjakan dalam proses A selama 2 bulan, kemudian proses C selama 3 bulan, sedangkan P2 dikerjakan dalam proses B selama 3 bulan, dan pada proses C selama 4 bulan. Jam kerja maksimal untuk satu tahun pada proses A = 6 bulan, proses B = 6 bulan, dan proses C = 12 bulan. Untuk setiap paket rudal (berisi 12 buah), sumbangan keuntungan P1 = 10 juta dolar AS, sedangkan P2 = 15 juta dolar AS. Berapa unit P1 dan P2 harus diproduksi agar bisa mendapat keuntungan maksimal? Identifikasi variabel keputusan adalah P1 dan P2. Identifikasi fungsi tujuan dan fungsi kendala untuk mencari keuntungan maksimal dari penjualan dua rudal adalah  $Z = 10P1 + 15P2$  dengan kendala jam kerja maksimal untuk proses A = 6 bulan, proses B = 6 bulan, dan proses C = 12 bulan. Penggunaan proses A: untuk P1 selama 2 bulan, proses B: untuk P2 selama 3 bulan dan Proses C: untuk P1 selama 3 bulan dan P2 selama 4 bulan.

**Metode Grafik**

Berdasarkan kasus tentang pembuatan dua macam peluru kendali (rudal) di atas, maka selanjutnya data disusun ke dalam tabel yang disajikan berikut.

**Tabel 2.**  
**Data dari perusahaan industri pertahanan rudal**

Rudal Proses	P1	P2	Jam Kerja Maksimal
A	2	0	6
B	0	3	6
C	3	4	12
Keuntungan (x juta dolar As)	10	15	

Sebelum melakukan formulasi masalah di atas, maka pertama-tama menentukan simbol-simbol yang akan dipakai:

$X_1$  = jumlah rudal P1 yang akan dibuat setiap tahun

$X_2$  = jumlah rudal P2 yang akan dibuat setiap tahun

$Z$  = jumlah sumbangan seluruh rudal jenis P1 dan jenis P2 yang akan diperoleh

Masalah di atas dapat dipecahkan dengan metode grafik dalam LP dengan langkah-langkah dan persyaratan-persyaratan penggunaannya secara terperinci di bawah ini.

Langkah-langkah dan persyaratan penggunaan Metode Grafik

Secara matematis telah digambarkan bentuk dan susunan model yang berlaku dalam LP, yang bila diteliti nampak meliputi "kolom" dan "baris" yang teratur. Jumlah baris (menunjukkan batasan-batasan) ditentukan oleh banyaknya sumber yang akan dialokasikan ke setiap jenis kegiatan. Jumlah kolom ditentukan oleh jumlah/macam kegiatan yang memerlukan sumber-sumber tersebut. Bila dikembalikan lagi pada uraian di muka, m menunjukkan jumlah baris dan n menunjukkan jumlah kolom. Sehingga tampak "dimensi" suatu masalah LP yang dinyatakan dengan  $m \times n$ .

Metode grafik hanya dapat digunakan dalam pemecahan masalah LP yang ber "dimensi":  $2 \times n$  atau  $m \times 2$ , karena keterbatasan kemampuan suatu grafik dalam "menyampaikan" sesuatu (sebenarnya grafik 3 dimensi dapat digambarkan, tetapi sangat tidak praktis). Hal ini merupakan persyaratan mutlak untuk dapat digunakannya metode grafik; selain beberapa persyaratan dan asumsi-asumsi dasar dimuka.

Langkah-langkah menggunakan metode grafik dapat ditunjukkan secara ringkas sebagai berikut:

- Menentukan fungsi tujuan dan memformulasikannya dalam bentuk matematis.
- Mengidentifikasi batasan-batasan yang berlaku dan memformulasikannya dalam bentuk matematis.
- Menggambarkan masing-masing garis fungsi Batasan dalam satu sistem salib sumbu.
- Mencari titik yang paling menguntungkan (optimal) dihubungkan dengan fungsi tujuan.

Contoh masalah perusahaan Indhan di atas, pendekatan grafis akan mudah dipahami. Secara grafis akan digambarkan sumbu mendatar  $X_1$  untuk produk 1 dan sumbu vertikal  $X_2$  untuk produk 2, jumlah  $n = 2$ , yaitu produk 1 (rudal jenis P1) dan produk 2 (rudal jenis P2).

Tujuan kita adalah akan memaksimalkan laba yang akan diperoleh. Sumbangan keuntungan P1 = 10 juta dolar AS, sedangkan P2 = 15 juta dolar AS. Oleh karena itu dapat kita formulasikan fungsi tujuannya dalam (juta dolar AS) sebagai berikut:

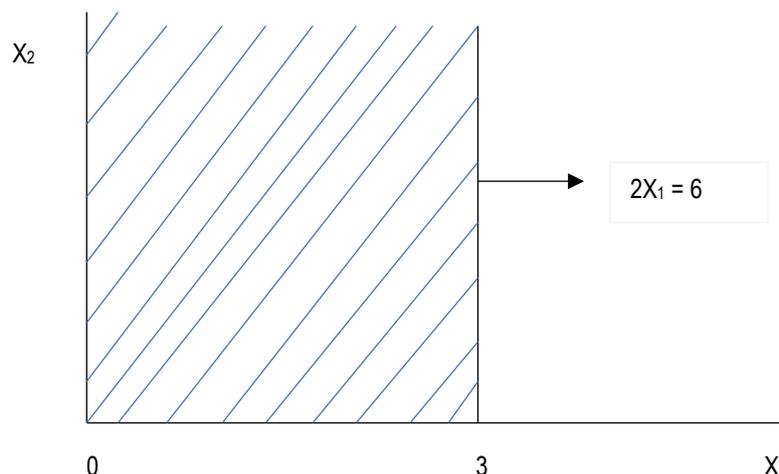
$$\text{Maksimumkan } Z = 10X_1 + 15X_2$$

Dengan adanya batasan kapasitas dengan kendala jam kerja maksimal untuk proses A = 6 bulan, proses B = 6 bulan, dan proses C = 12 bulan. Penggunaan proses A: Untuk P1 selama 2 bulan, proses B: Untuk P2 selama 3 bulan dan Proses C: Untuk P1 selama 3 bulan dan P2 selama 4 bulan, maka kita dapat membuat formulasi Batasan-batasan itu, sebagai berikut:

- $2X_1 \leq 6$
- $3X_2 \leq 6$
- $3X_1 + 4X_2 \leq 12$

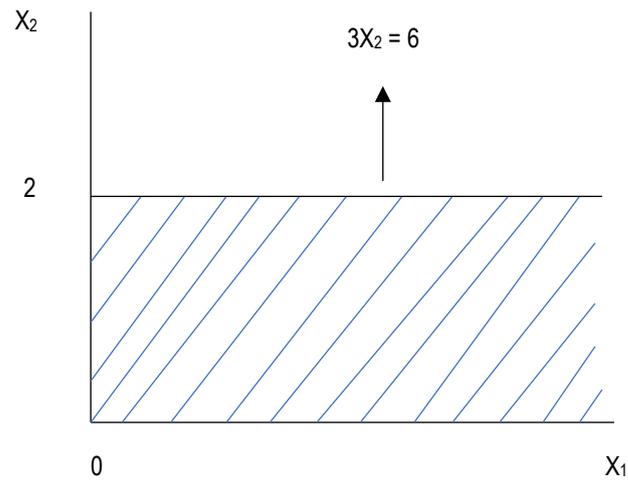
Batasan (1) adalah batasan proses A, yang berarti 2 bulan kali jumlah rudal P1 yang dibuat ( $2X_1$ ) tidak dapat lebih dari 6 bulan. Batasan (2) berarti 3 bulan kali jumlah rudal P2 yang dibuat ( $3X_2$ ) tidak dapat lebih dari 6 bulan. Sedang batasan (3) berarti bahwa 3 bulan kali nilai  $X_1$  ditambah 4 bulan kali nilai  $X_2$  tidak dapat lebih dari 12 bulan. Selain itu perlu pula diperhatikan batasan-batasan "non-negatif", yaitu  $X_1 \geq 0$  dan  $X_2 \geq 0$ . Artinya kombinasi  $X_1$  dan  $X_2$  nanti hanya akan terletak pada kuadran pertama, yaitu kuadran yang memuat nilai-nilai positif bagi  $X_1$  dan  $X_2$ .

Fungsi batasan pertama ( $2X_1 \leq 6$ ) akan digambarkan sebagai garis tegak lurus pada sumbu  $X_1$  di titik  $2X_1 = 6$  seperti tampak pada Gambar 2.



**Gambar 2. Grafik fungsi (1) perusahaan rudal Indhan**

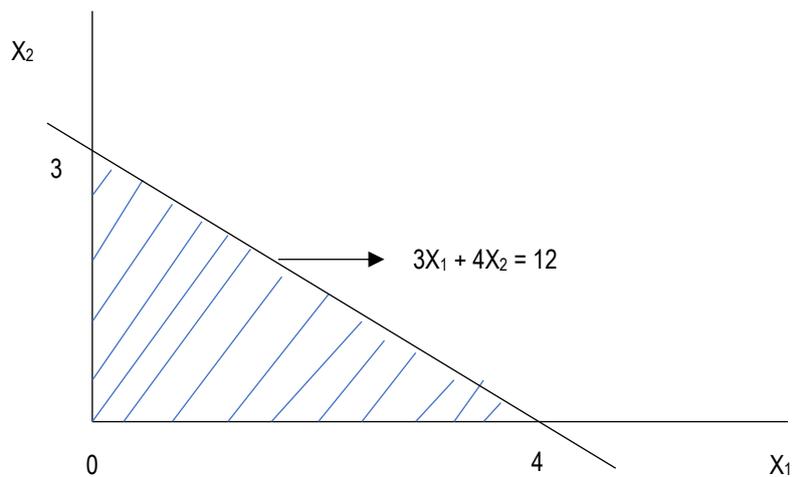
Bagian yang diarsir pada Gambar 2 di atas merupakan bagian yang memenuhi batasan-batasan:  $X_1 \geq 0$ ,  $X_2 \geq 0$  dan  $2X_1 \leq 6$ . Dengan cara yang sama fungsi batasan kedua ( $3X_2 \leq 6$ ) dapat dilihat seperti Gambar 3.



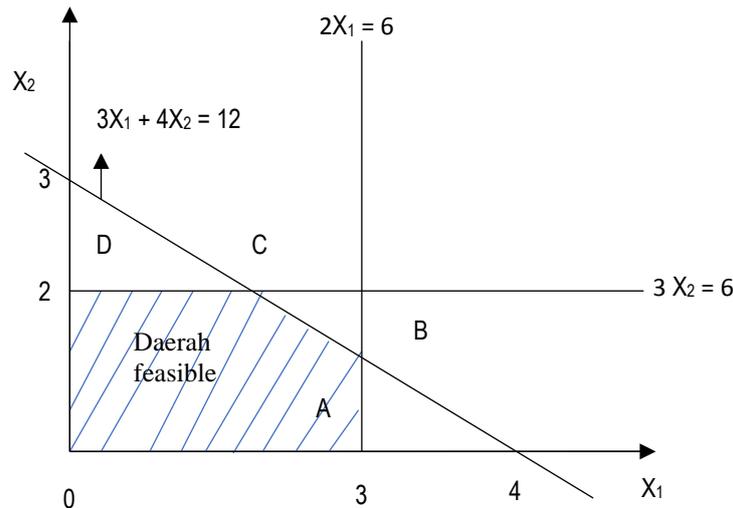
**Gambar 3. Grafik fungsi (2) perusahaan rudal Indhan**

Fungsi batasan ketiga ( $3X_1 + 4X_2 \leq 12$ ) digambar dengan terlebih dahulu mencari titik-titik perpotongan garis  $3X_1 + 4X_2 = 12$  dengan sumber  $X_1$  dan  $X_2$ .

$X_1$	$X_2$
0	3
4	0



**Gambar 4. Grafik fungsi (3) perusahaan rudal Indhan**



**Gambar 5. Grafik fungsi-fungsi batasan perusahaan rudal Indhan**

Bagian yang diarsir (disebut daerah *feasible*) pada Gambar 5 di atas menunjukkan bagian yang memenuhi “persyaratan” yang ditetapkan oleh ketiga fungsi-fungsi batasan, atau merupakan daerah kemungkinan-kemungkinan kombinasi ( $X_1$ ,  $X_2$ ) yang memenuhi batasan-batasan.

Langkah terakhir pendekatan ini adalah mencari suatu titik (kombinasi  $X_1$  dan  $X_2$ ) yang terletak pada daerah *feasible* yang dapat memaksimumkan nilai  $Z$ . hal ini dapat dilakukan dengan 2 cara: dengan menggambarkan fungsi tujuan (disebut sebagai cara *trail and error*) dan dengan membandingkan nilai  $Z$  pada tiap-tiap alternatif. Berikut dengan membandingkan nilai  $Z$  pada tiap-tiap alternatif:

Titik 0:

Pada titik ini nilai  $X_1 = 0$ ;  $X_2 = 0$ .

Tentu saja  $Z = 0$ .

Titik A:

Pada titik ini, nilai  $X_1 = 3$ ;  $X_2 = 0$ .

Sehingga  $Z = 10(3) + 0 = 30$ .

Titik B:

Pada titik ini nilai  $X_1 = 3$ . Substitusikan nilai ini pada persamaan Batasan (3), maka  $3(3) + 4X_2 = 12$ .

Jadi nilai  $X_2 = (12 - 9)/4 = 3/4$ .

Nilai  $Z = 10(3) + 15(3/4) = 41,25$

Titik C:

Pada titik ini nilai  $X_2 = 2$ . Substitusikan nilai ini pada persamaan Batasan (3), menjadi  $3X_1 + 4(2) = 12$ . Jadi nilai  $X_1 = (12 - 8)/3 = 4/3$ .

Nilai  $Z = 10(4/3) + 15(2) = 43,33$

Titik D:

Pada titik ini nilai  $X_2 = 2$  dan nilai  $X_1 = 0$ .

Nilai  $Z = 10(0) + 15(2) = 30$ .

Diantara kelima alternatif tersebut di atas yang mempunyai nilai  $Z$  terbesar adalah alternatif C, sebesar 43,33. Jadi titik inilah yang paling optimal. Keputusannya rudal jenis P1 dibuat  $4/3$  paket ( $4/3 \times 12 = 16$  rudal) dan rudal jenis P2 dibuat 2 paket ( $2 \times 12 = 24$  rudal) setiap tahun, dengan laba setiap tahun sebesar 43,33 juta dolar AS.

**Metode Simpleks**

Saryoko (2016) berpendapat bahwa penerapan program linear menggunakan metode simpleks dapat membantu dalam memaksimalkan keuntungan dengan sumber daya yang terbatas. Sunarsih (Chandra, 2015) juga berpendapat bahwa teknik yang paling berhasil dalam pemecahan persoalan program linier dengan jumlah variabel keputusan dan pembatas yang besar dapat digunakan metode simpleks. Metode simpleks dapat digunakan sebagai alat analisis suatu perusahaan yang menggunakan banyak input dalam proses produksi dengan tujuan memperoleh keuntungan (Budiasih, 2013). Chandra (2015) mengatakan bahwa banyaknya iterasi tidak dipengaruhi oleh jumlah variabel, tetapi tergantung kepada nilai pada fungsi tujuan dari iterasi sebelumnya.

Apabila suatu masalah LP hanya mengandung 2 (dua) kegiatan (atau variabel-variabel keputusan) saja, maka akan dapat diselesaikan dengan metode grafik. Tetapi bila melibatkan lebih dari dua kegiatan maka metode grafik tidak dapat digunakan lagi, sehingga diperlukan metode simpleks. Metode simpleks merupakan suatu cara yang lazim dipakai untuk menentukan kombinasi optimal dari tiga variabel atau lebih (Firmansyah *et al*, 2018).

Pada masa sekarang masalah-masalah LP yang melibatkan banyak variabel-variabel keputusan (*decision variables*) dapat dengan cepat dipecahkan dengan bantuan komputer. Bila variabel keputusan yang dikandung tidak terlalu banyak masalah tersebut dapat diselesaikan dengan suatu algoritma yang biasanya sering disebut metode simpleks table. Disebut demikian karena kombinasi variabel keputusan yang optimal dicari dengan menggunakan tabel-tabel.

Langkah-langkah metode simpleks tabel

Langkah 1: Mengubah fungsi tujuan dan batasan-batasan.

Fungsi tujuan diubah menjadi fungsi implisit, artinya semua  $C_j X_{ij}$  kita geser ke kiri. Misalnya fungsi tujuan pada contoh di depan  $Z = 10X_1 + 15X_2$  diubah menjadi  $Z - 10X_1 - 15X_2 = 0$ .

Pada bentuk standar, semua batasan mempunyai tanda  $\leq$ . Ketidaksamaan ini harus diubah menjadi kesamaan. Caranya dengan menambah *slack variable*. Variabel *slack* ini adalah  $X_{n+1}, X_{n+2}, \dots, X_{n+m}$ , karena tingkat atau hasil kegiatan-kegiatan yang ada diwakili oleh  $X_1$  dan  $X_2$ , maka variabel *slack* dimulai dari  $X_3, X_4$  dan seterusnya sebagai berikut:

- 1)  $2X_1 \leq 6$  menjadi  $2X_1 + X_3 = 6$
- 2)  $3X_2 \leq 6$  menjadi  $3X_2 + X_4 = 6$
- 3)  $3X_1 + 4X_2 \leq 12$  menjadi  $3X_1 + 4X_2 + X_5 = 12$

Berdasarkan perubahan persamaan-persamaan di atas dapat disusun formulasi yang diubah itu, sebagai berikut:

Fungsi tujuan: Maksimumkan  $Z - 10X_1 - 15X_2$

Batasan-batasan :

(1)	$2X_1$	+	$X_3$	=	6
(2)	$3X_2$	+	$X_4$	=	6
(3)	$3X_1 + 4X_2$	+	$X_5$	=	12

Langkah 2 :Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel.

**Tabel 3.**  
**Persamaan-persamaan**

Variabel											NK
Dasar	Z	$X_1$	$X_2$	...	$X_n$	$X_{n+1}$	$X_{n+2}$	...	$X_{n+m}$		
Z	1	$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	0	0	...	0		0
$X_{n+1}$	0	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1n}$	1	0	...	0		$b_1$
$X_{n+2}$	0	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2n}$	0	1	...	0		$b_2$
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
$X_{n+m}$	0	$a_{m1}$	$a_{m2}$	...	$a_{mn}$	0	0	...	1		$b_m$

Pada Tabel 3 di atas merupakan bentuk simbol dari formulasi sebelumnya. NK adalah nilai kanan persamaan, yaitu nilai di belakang tanda sama dengan (=). Untuk batasan 1 sebesar 6, batasan 2 sebesar 6, dan batasan 3 sebesar 12.

Variabel dasar adalah variabel yang nilainya sama dengan sisi kanan dari persamaan. Pada persamaan  $2X_1 + X_3 = 6$ , kalau belum ada kegiatan apa-apa, berarti nilai  $X_1 = 0$ , dan semua kapasitas masih menganggur, maka pengangguran ada 6 satuan, atau nilai  $X_3 = 6$ . Pada tabel tersebut nilai variabel dasar ( $X_3, X_4, X_5$ ) pada fungsi tujuan pada tabel permulaan ini harus 0, dan nilainya pada batasan-batasan bertanda positif.

**Tabel 4.**  
**Data perusahaan dalam tabel simpleks yang pertama**

Variabel Dasar	Z	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	NK
Z	1	-10	-15	0	0	0	0
$X_3$	0	2	0	1	0	0	6
$X_4$	0	0	3	0	1	0	6
$X_5$	0	3	4	0	0	1	12

Setelah data disusun ke dalam Tabel 4 di atas kemudian diadakan perubahan-perubahan agar dapat mencapai titik optimal, dengan langkah-langkah berikutnya.

Langkah 3: Memilih kolom kunci

Kolom kunci adalah kolom yang merupakan dasar untuk mengubah tabel di atas. Pilihlah kolom yang mempunyai nilai pada garis fungsi tujuan yang bernilai negative dengan angka terbesar. Dalam hal ini kolom  $X_2$  dengan nilai pada baris persamaan tujuan -15. Berilah tanda segiempat pada kolom  $X_2$ , seperti terlihat pada Tabel 5. Kalau suatu tabel sudah tidak memiliki nilai negatif pada baris fungsi tujuan, berarti tabel itu tidak bisa dioptimalkan lagi (sudah optimal).

**Tabel 5.**  
**Pemilihan kolom kunci pada tabel pertama**

Variabel Dasar	Z	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	NK	Keterangan
Z	1	-10	-15	0	0	0	0	
$X_3$	0	2	0	1	0	0	6	
$X_4$	0	0	3	0	1	0	6	$6/3 = 2$ (minimum)
$X_5$	0	3	4	0	0	1	12	$12/4 = 3$

Langkah 4: Memilih baris kunci

Baris kunci adalah baris yang merupakan dasar untuk mengubah table 5 tersebut di atas. Untuk itu terlebih dahulu carilah indeks tiap-tiap baris dengan cara membagi nilai-nilai pada kolom NK dengan nilai yang sebaris pada kolom kunci. (lihat kolom "keterangan" pada tabel)

$$\text{Indeks} = \frac{\text{Nilai kolom NK}}{\text{Nilai kolom kunci}}$$

Untuk baris batasan 1 besarnya indeks =  $6/0 = \sim$ , baris batasan 2 =  $6/3 = 2$ , dan batasan 3 =  $12/4 = 3$ . Pilihlah baris yang mempunyai indeks positif dengan angka terkecil. Dalam hal ini batasan ke-2 yang terpilih sebagai baris kunci. Berilah tanda segi empat pada baris kunci itu, seperti terlihat pada tabel bagian atas. Nilai yang masuk dalam kolom kunci dan juga termasuk dalam baris kunci disebut angka kunci.

**Tabel 6.**  
**Cara mengubah nilai baris kunci**

Variabel Dasar	Z	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	NK
Z	1	-10	-15	0	0	0	0
$X_3$	0	2	0	1	0	0	6
$X_4$	0	0	3	0	1	0	6
$X_5$	0	3	4	0	0	1	12
Z	1						
$X_3$	0						
$X_2$	0	0	1	0	1/3	0	2
$X_5$	0						

Langkah 5 : Mengubah nilai-nilai baris kunci

Nilai baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci, seperti terlihat pada tabel bagian bawah ( $0/3 = 0$ ;  $3/3 = 1$ ;  $0/3 = 0$ ;  $1/3 = 1/3$ ;  $0/3 = 0$ ;  $6/3 = 2$ ). Gantilah variabel dasar pada baris itu dengan variabel yang terdapat di bagian atas kolom kunci ( $X_2$ ).

Langkah 6: Mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci

Nilai-nilai baris yang lain, selain pada baris kunci dapat diubah dengan rumus sebagai berikut.

$$\text{Baris baru} = \text{baris lama} - (\text{koefisien pada kolom kunci}) \times \text{nilai baru baris kunci}$$

Untuk data di atas, nilai baru baris pertama (Z) sebagai berikut.

	[-10    -15    0    0    0,    0]	
(-15)	[0    1    0    1/3    0,    2]	-
Nilai baru:	[-10    0    0    5    0,    30]	
Baris ke-2 (Batasan 1):	[2    0    1    0    0,    6]	
0	[0    1    0    1/3    0,    2]	-
Nilai baru:	[2    0    1    0    0,    6]	
Baris ke-4 (Batasan 3):	[3    4    0    0    1,    12]	
4	[0    1    0    1/3    0,    2]	-
Nilai baru:	[3    0    0    -4/3    1,    4]	

Nilai-nilai baru di atas dipakai untuk melengkapi isi tabel bagian bawah, hasilnya terlihat pada Tabel 7.

**Tabel 7.**  
**Tabel pertama nilai lama dan tabel kedua nilai baru**

Variabel Dasar	Z	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	NK
Z	1	-10	-15	0	0	0	0
$X_3$	0	2	0	1	0	0	6
$X_4$	0	0	3	0	1	0	6
$X_5$	0	3	4	0	0	1	12
Z	1	-10	0	0	5	0	30
$X_3$	0	2	0	1	0	0	6
$X_2$	0	0	1	0	1/3	0	2
$X_5$	0	3	0	0	-4/3	1	4

Langkah 7: Melanjutkan perbaikan-perbaikan/perubahan-perubahan

Ulangilah langkah-langkah perbaikan mulai langkah 3 sampai langkah ke 6 untuk memperbaiki tabel-tabel yang telah diubah/diperbaiki nilainya. Perubahan baru berhenti setelah pada baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif. Kalau tabel kedua (hasil perubahan) pada bagian bawah dari tabel itu kita ubah lagi, maka kolom dan baris kuncinya seperti terlihat pada tabel.

**Tabel 8.**  
**Kolom dan baris dari tabel hasil perbaikan pertama, dan nilai baru baris kunci hasil perbaikan kedua**

Variabel Dasar	Z	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	NK	Keterangan
Z	1	-10	0	0	5	0	30	
$X_3$	0	2	0	1	0	0	6	$6/2 = 3$
$X_2$	0	0	1	0	1/3	0	2	
$X_5$	0	3	0	0	-4/3	1	4	$4/3 = 4/3$ (Minimum)
Z	1							
$X_3$	0							
$X_2$	0							
$X_1$	0	1	0	0	-4/9	1/3	4/3	

Nilai baru baris-baris yang lain kecuali baris kunci sebagai berikut.

Baris ke-1:

	[-10	0	0	5	0,	30]	
(-10)	[1	0	0	-4/9	1/3,	4/3]	-
Nilai baru:	[0	0	0	5/9	10/3,	43 1/3]	

Baris ke-2:

	[2	0	1	0	0,	6]	
2	[1	0	0	-4/9	1/3,	4/3]	-
Nilai baru:	[0	0	1	8/9	-2/3,	3 1/3]	

Baris ke-3: tidak berubah, karena nilai pada kolom kunci = 0.

Kalau hasil perubahan di atas kita masukkan ke dalam tabel bagian bawah, hasilnya seperti terlihat pada tabel berikut.

**Tabel 9.**  
**Hasil perubahan/perbaikan kedua**

Variabel		Z	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	NK
Dasar								
Z		1	0	0	0	5/9	10/3	43 1/3
X <sub>3</sub>		0	0	0	1	8/9	-2/3	3 1/3
X <sub>2</sub>		0	0	1	0	1/3	0	2
X <sub>1</sub>		0	1	0	0	-4/9	1/3	4/3

Kalau dilihat baris pertama (Z) pada tabel tidak ada lagi yang bernilai negatif, semuanya positif. Berarti tabel itu tidak dapat dioptimalkan lagi, sehingga hasil dari tabel tersebut sudah merupakan hasil optimal.

Berikut ini disajikan rangkuman langkah-langkah secara keseluruhan, yaitu apabila tabel awal (sebelum diubah), tabel hasil perubahan pertama dan tabel hasil perubahan kedua dijadikan satu, maka akan tampak jelas perubahannya, seperti terlihat pada tabel. Dari tabel ini akan tampak maksud dari tiap variabel dan nilai-nilai yang ada pada tabel optimal, yakni:

X<sub>1</sub> = 4/3, sehingga P<sub>1</sub> = 4/3 paket rudal

X<sub>2</sub> = 2; sehingga P<sub>2</sub> = 2 paket rudal

Z maksimum = 43 1/3; artinya laba yang akan diperoleh = 43,3 juta dolar US

## KESIMPULAN

Penyelesaian LP menggunakan metode grafik diberikan dengan mencari suatu titik (kombinasi X<sub>1</sub> dan X<sub>2</sub>) yang terletak pada daerah *feasible* yang dapat memaksimumkan nilai Z. Hal ini dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu menggambarkan fungsi tujuan (disebut sebagai cara *trial and error*) dan dengan membandingkan nilai Z pada tiap-tiap alternatif. Sedangkan penyelesaian LP menggunakan metode simpleks diberikan ketika baris pertama (Z) pada tabel tidak ada lagi yang bernilai negatif, semuanya positif. Berarti tabel itu tidak dapat dioptimalkan lagi, sehingga hasil dari tabel tersebut sudah merupakan hasil optimal.

Permasalahan ekonomi pertahanan tentang kasus pembuatan dua macam peluru kendali (rudal) oleh industri pertahanan (indhan), baik dengan menggunakan metode grafik maupun metode simpleks didapatkan bahwa nilai Z terbesar adalah 43,33 dengan titik optimal (4/3, 2). Keputusannya rudal jenis P1 dibuat 4/3 paket (4/3 x 12 = 16 rudal) dan rudal jenis P2 dibuat 2 paket (2 x 12 = 24 rudal) setiap tahun, dengan laba setiap tahun sebesar 43,33 juta dolar AS.

## REKOMENDASI

Saran untuk penelitian berikutnya bahwa terkait dengan masalah pembahasan penelitian ini perlu dikembangkan terutama tentang metode simpleks pada kondisi dengan penambahan masalah yang lebih kompleks.

## DAFTAR PUSTAKA

- Budiasih, Y. (2013). Maksimalisasi keuntungan dengan pendekatan metode simpleks kasus pada pabrik sosis sm. *Liquidity*, 2(1), 59-65.
- Chandra, T. (2015). Penerapan algoritma simpleks dalam aplikasi penyelesaian masalah program linier. *Jurnal Times*, 4(1), 18-21.
- Christian, S. (2013). Penerapan linear programming untuk mengoptimalkan jumlah produksi dalam memperoleh keuntungan maksimal pada cv cipta unggul pratama. *The Winners*, 14(1), 55-60.
- Firmansyah, F., Panjaitan, D. J., Salayan, M., & Silalahi, A. D. (2018). Pengoptimalan keuntungan badan usaha karya tani di deli serdang dengan metode simpleks. *JISTech (Journal of Islamic Science and Technology)*, 3(1), 18-28
- Sandler, T., & Hartley, K. (1995). *The economics of defense*. Cambridge University Press.
- Saryoko, A. (2016). Metode simpleks dalam optimalisasi hasil produksi. *Informatics for Educators and Professionals*, 1(1), 27-36.
- Subagyo, P., Marwan A., & Handoko, T. H. (2010). *Dasar-dasar operations research*. Yogyakarta: BPFE.
- Supriyatno, M. (2014) *Tentang ilmu pertahanan*. Jakarta: Yayasan Pustaka Obor Indonesia.
- Vanderbei, R. J. (2007). *Linear programming: foundations and extensions: 3<sup>rd</sup> edition*. Alphen aan den Rijn, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Yusgiantoro, P. (2014). *Ekonomi pertahanan: Teori dan praktik*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.