

ANALISIS PENERAPAN METODE POHON BINOMIAL DAN METODE *BLACK-SCHOLES* DALAM PENENTUAN HARGA OPSI BELI

Betty Subartini¹, Riaman², Nahda Nabiilah³, Sukono⁴

^{1,2,3,4} Universitas Padjadjaran, Jl. Raya-Bandung-Sumedang km 21 Jatinangor Sumedang, Indonesia
Email: betty.subartini@unpad.ac.id

ABSTRACT

An option is one of the letters of agreement to buy and sell shares between the seller and the buyer to agree with the specified price and period. A person who buys an option can choose to exercise his or her rights or not. This research aims to find out the results of the price comparison of Apple Inc.'s Buy Options, with the use of two methods, namely the Binomial Tree method and the Black-Scholes method. The results of this study show that assuming the risk-free interest rate and the specified strike price are the same, the results of the calculation of the price of the Buy Option with both methods are almost the same. It can be concluded that the price of The Buy Option obtained by the Binomial Tree method is close to the price of the Buy Option with the Black-Scholes method. So that both methods are worth using for the initial calculation of the price of the Buy Option.

Keywords: Black-scholes method, binomial tree method, european type option

ABSTRAK

Opsi adalah salah satu surat perjanjian jual beli saham antara pihak penjual dan pembeli untuk melakukan suatu kesepakatan dengan harga dan periode yang ditentukan. Seseorang yang membeli opsi bisa memilih untuk melaksanakan haknya ataupun tidak. Penelitian ini bertujuan mengetahui hasil perbandingan harga Opsi Beli Apple Inc., dengan penggunaan dua metode yaitu metode Pohon Binomial dan metode *Black-Scholes*. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa dengan asumsi suku bunga bebas risiko dan *strike price* yang ditentukan sama, maka hasil perhitungan harga Opsi Beli dengan kedua metode tersebut hampir sama. Dapat disimpulkan bahwa harga Opsi Beli yang didapat dengan metode Pohon Binomial mendekati harga Opsi Beli dengan metode *Black-Scholes*. Sehingga kedua metode tersebut layak digunakan untuk perhitungan awal harga Opsi Beli.

Kata kunci: Metode *black-scholes*, metode pohon binomial, opsi tipe eropa

Dikirim: 31 Juli 2021; Diterima: 08 September 2021; Dipublikasikan: 30 September 2021

Cara citasi: Subartini, B., Riaman, Nabiilah, N., & Sukono. (2021). Analisis penerapan metode pohon binomial dan metode *black-scholes* dalam penentuan harga opsi beli. *Teorema: Teori dan Riset Matematika*, 6(2), 260–266.

DOI: <http://dx.doi.org/10.25157/teorema.v6i2.5781>

PENDAHULUAN

Harga saham yang terus berubah tentunya menyebabkan seorang pembeli khawatir terhadap risiko yang akan ditanggung jika harga saham turun pada saat akan dijual. Oleh karena itu ada salah satu turunan saham yang dapat mengurangi risiko yaitu opsi. Opsi adalah sebuah perjanjian jual beli saham antara pihak penjual opsi (*writer*), dan pihak pembeli opsi (*holder*) dengan harga kesepakatan (*strike price*) dan pada periode yang ditentukan. Pemilik opsi memiliki hak untuk menjual opsi tersebut atau tidak, selama masa waktu jatuh tempo belum berakhir. Ada beberapa tipe opsi diantaranya tipe Eropa dan tipe Amerika, yang membedakannya adalah dalam proses penjualan opsi (*exercise*), untuk tipe Eropa, *exercise* hanya pada saat jatuh tempo, sedangkan tipe Amerika *exercise* dapat dilakukan pada periode-periode tertentu sebelum masa waktu yang telah ditentukan berakhir (*maturity time*) (Hull, 2012).

Penelitian sebelumnya telah dibahas mengenai "Kelebihan dan Kekurangan Metode Pohon Binomial" oleh Emmanuel *et al.*, (2014). Kemudian Harga Opsi Beli dengan Metode *Black-Scholes* dibandingkan dengan Harga Opsi Beli Sebenarnya oleh (Krznaric, 2016), selain itu juga ada yang membahas tentang Penerapan Model Matematika dalam Bidang Keuangan Khususnya Bidang Ekonomi yang dikemukakan oleh Sulaiman *et al.*, (2017). Oleh karena itu, penulis termotivasi untuk melakukan pengembangan dalam penentuan harga opsi beli, apabila digunakan metode Pohon Binomial dengan Metode *Black-Scholes*, kemudian dianalisis hasil perhitungannya, selain itu yang menjadi alasan pemilihan dalam membahas masalah tersebut adalah belum ada peneliti sebelumnya yang membahas hal tersebut, sehingga hasil yang diperoleh dapat digunakan sebagai pertimbangan dalam pemilihan metode apa yang terbaik dalam penentuan harga beli opsi.

METODE PENELITIAN

Metode Pohon Binomial dan *Black-Scholes* adalah dua metode yang digunakan dalam penelitian ini, dengan tujuan menghitung harga Opsi Beli pada Apple Inc. (AAPL). Data dalam penelitian ini diperoleh dari harga penutupan saham Apple Inc dari tanggal 1 Januari 2019 sampai 31 Desember 2019 dan *strike price* diperoleh dari *yahoo finance*, sedangkan tingkat suku bunga bebas risiko (r) diperoleh dari www.treasury.gov. Alat bantu perhitungan digunakan Microsoft Excel dan Dev C++ untuk program C++.

Penelitian ini terlebih dahulu penentuan nilai volatilitas saham yaitu ketidakpastian dari pergerakan saham. Nilai volatilitas (σ) berada di interval $0 \leq \sigma \leq \infty$. Volatilitas yang rendah berarti harga saham cenderung stabil, sementara volatilitas yang tinggi berarti harga saham tidak stabil dan memiliki banyak risiko (Hull, 2012). Volatilitas bisa dihitung dengan langkah berikut:

- (1) Menghitung *return* harga saham dengan persamaan:

$$R_t = \ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right) \quad (1)$$

dengan S_t : harga saham pada akhir interval t , ($t = 1, 2, 3, \dots$)

- (2) Menghitung \bar{R}_t , yaitu *expected return* dengan persamaan:

$$\bar{R}_t = \frac{\sum_{t=1}^n R_t}{n} \quad (2)$$

dengan n : jumlah data.

- (3) Menghitung volatilitas dengan persamaan:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R}_t)^2 \cdot k} \quad (3)$$

dengan σ : volatilitas dan k : Jumlah periode perdagangan (Harian, $k = 252$) (Hull, 2012).

Setelah penentuan nilai volatilitas dilakukan Uji normalitas dengan *Chi-Squared*

Uji *Chi-Squared* untuk uji normalitas didefinisikan dengan hipotesis:

H_0 : Data berdistribusi normal

H_a : Hipotesis alternatif, yaitu data tidak berdistribusi normal

Langkah yang dilakukan untuk uji ini adalah:

- (1) Membuat *bin* atau pengelompokan data sejumlah k .
- (2) Mencari frekuensi setiap bin dengan bantuan *data analysis* di *Microsoft Excel*.
- (3) Menghitung ekspektasi setiap bin (E_i), dengan persamaan:

$$E_i = (N(F(Y_{i+1}) - F(Y_i))) \tag{4}$$

dengan N : jumlah data, Y_i : nilai dari bin i ($i = 1, 2, 3, \dots, k$), dan $F(Y_i)$: fungsi distribusi kumulatif dari Y_i .

- (4) Menghitung nilai *Chi-Squared* dengan persamaan:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \tag{5}$$

dengan O_i : frekuensi data yang di observasi untuk bin ke- i .

- (5) Menghitung derajat kebebasan dengan persamaan:

$$dk = k - c - 1 \tag{6}$$

dengan c : jumlah parameter. Dalam uji normalitas, $c = 2$

- (6) Menghitung *p-value* dari nilai χ^2 yang didapat dengan bantuan *CHISQ.DIST.RT* dengan *Microsoft Excel*.

- (7) Ambil kesimpulan. Hipotesis (H_0) dari data akan ditolak jika *p-value* hitung < 0.05

Metode Pohon Binomial

Metode Pohon Binomial mengasumsikan bahwa harga saham sekarang hanya bisa naik atau turun dalam setiap periodenya (Cox *et al.*, 1979).

Untuk menghitung harga Opsi Beli dengan metode Pohon Binomial menurut Hull (2012) dilakukan langkah berikut :

- (1) Menghitung u , dan d pada metode Pohon Binomial dengan persamaan:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \tag{7}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = \frac{1}{u} \tag{8}$$

dengan u : faktor naik, d : faktor turun, σ : volatilitas, dan Δt : *time to expiry*.

- (2) Menghitung C_u dan C_d dengan persamaan:

$$C_u = \text{Max}(0, S \cdot u - K) \tag{9}$$

$$C_d = \text{Max}(0, S \cdot d - K) \tag{10}$$

dengan C_u : *payoff* ketika nilai saham naik, dan C_d : *payoff* ketika nilai saham turun.

- (3) Menghitung nilai p dengan persamaan:

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \tag{11}$$

dengan r : tingkat bunga bebas risiko.

- (4) Menghitung nilai C , yaitu harga Opsi Beli dengan persamaan:

$$C = \frac{(p \cdot C_u) + ((1 - p) \cdot (C_d))}{i} \tag{12}$$

dengan $i = 1 + r$.

Metode *Black-Scholes*

Metode *Black-Scholes* mengasumsikan bahwa harga saham sekarang hanya bisa naik atau turun dalam setiap periodenya (Cox *et al.*, 1979)

Untuk menghitung harga Opsi Beli dengan metode ini, langkah yang dilakukan adalah:

- (1) Menghitung d_1 dan d_2 dengan persamaan:

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + (r + \sigma^2/2) \cdot t}{\sigma\sqrt{t}} \quad (13)$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{t} \quad (14)$$

dengan S_0 : harga saham sekarang, K : harga kesepakatan (*strike price*), r : suku bunga, dan t : *time to expiry* (tanggal kadaluarsa).

(2) Menghitung $N(d1)$ dan $N(d2)$, di mana $N(d1)$: fungsi distribusi kumulatif dari $d1$, dan $N(d2)$: fungsi distribusi kumulatif dari $d2$. Perhitungan dilakukan dengan bantuan NORM.DIST di *Microsoft Excel*.

(3) Menghitung nilai Opsi Beli (C) dengan persamaan:

$$C = S_0N(d1) - Ke^{-rt}N(d2) \quad (15)$$

Nilai awal yang diinputkan adalah harga saham sekarang (S) yang digunakan adalah nilai *close* terakhir ($N = 250$) sebesar \$291.52, nilai bunga bebas risiko (r) yang digunakan adalah 1.56%, nilai *strike price* (K) yang digunakan adalah \$105, dan *trading days* (k) adalah 326 hari. Semua perhitungan menggunakan bantuan *software Microsoft Excel* dan program C++.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penggunaan metode Pohon Binomial dan Metode *Black-Scholes* harus memenuhi syarat-syarat tertentu diantaranya adalah data harus berdistribusi normal. Data harga penutupan saham Apple Inc. (AAPL) yang diperoleh dari situs *Yahoo Finance* tersebut diuji normalisasinya menggunakan metode *Chi-Squared*. Langkah pertama dicari terlebih dulu nilai *Return*, *Expected Return* dan nilai Volatilitas berturut-turut menggunakan persamaan. (1), (2), dan (3), perhitungan dibantu *Microsoft excel* diperoleh nilai *expected return* = 0.00245208 dan nilai volatilitas tahunan sebesar 0.300727.

Langkah kedua dilakukan Uji Normalitas dengan metode *Chi-Squared*, pertama buat *bin*, yaitu kelompok data. Dalam penelitian ini, *bin* terkecil diambil dengan nilai -0.025, dan interval sebesar 0.0025. sehingga diperoleh 33 *bin*. Lalu, dengan bantuan *data analysis* dari *Microsoft Excel*, akan diperoleh frekuensi dari setiap *bin*. *Output* dari *data analysis* yang menunjukkan frekuensi dari setiap *bin*, dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. *Output bin dan frekuensi*

<i>Bin</i>	<i>Frequency</i>
-0.025	8
-0.0225	2
⋮	⋮
0.0525	0
0.055	1

Setelah didapatkan frekuensi setiap *bin*, hitung E_i dengan persamaan (4). Frekuensi yang didapat dari Tabel 1 kemudian akan digunakan sebagai O_i . E_i dan O_i dapat dilihat secara singkat pada Tabel 2.

Tabel 2. Perhitungan seluruh

E_i	O_i
12.41377822	8
4.349359969	2
⋮	⋮
0.206242939	0
0.131482634	1

Setelah itu, hitung χ^2 dengan persamaan (5), sehingga didapat $\chi^2 = 42.44531$. Untuk menghitung dk , gunakan persamaan (6) sehingga didapat $dk = 30$. Dengan kedua nilai tersebut, gunakan bantuan CHISQ.DIST.RT pada *Microsoft Excel* untuk mendapatkan *p-value*. *P-value* yang didapatkan adalah 0.065521. Karena *p-value* = 0,065521 > 0.05, maka kesimpulannya data berdistribusi normal.

3.1 Perhitungan dengan Metode Pohon Binomial

3.1.1 Perhitungan menggunakan Metode Pohon Binomial dengan bantuan *Microsoft Excel*

Pertama cari nilai dari u dan d dengan persamaan (7) dan (8). Hasil perhitungannya terlihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil perhitungan u dan d

N	Close	u	d
0	157.919998	-	-
1	142.190002	1.016795	0.9835
⋮	⋮	⋮	⋮
249	289.799988	1.300596	0.7689
250	291.519989	1.301282	0.7685

Dengan menggunakan persamaan (9) dan (10), lakukan perhitungan C_u dan C_d . Hasil perhitungan dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil perhitungan C_u dan C_d

N	Close	C_u	C_d
0	157.919998	39.57811266	34.84133764
1	142.190002	46.79367722	39.80857517
⋮	⋮	⋮	⋮
249	289.799988	271.9128314	117.8208382
250	291.519989	274.3498098	119.0251657

Selanjutnya, gunakan persamaan (11) untuk mencari nilai p , dan gunakan persamaan (12) untuk mencari harga Opsi Beli (C) diperoleh hasilnya pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil perhitungan p dan C

N	p	C
0	0.4973	36.62544934
1	0.4961	42.60947714
⋮	⋮	⋮
249	0.4572	185.3817515
250	0.4571	187.1095336

Tabel 5, menunjukkan bahwa untuk $N = 250$ dapat dilihat bahwa nilai $C = 187.1095336$., maka dapat disimpulkan bahwa pada saat hari ke- 250 didapat harga opsi beli menggunakan metode Pohon Binomial adalah sebesar \$187,1095336

3.1.2 Perhitungan Menggunakan Metode Pohon Binomial dengan Program C++.

Untuk melakukan perhitungan harga Opsi Beli dengan program C++, pertama, buka program yang sudah dibuat. Program yang sama akan digunakan untuk kedua metode, sehingga harus dilakukan *input* angka “1” Pada tampilan awal program C++ seperti pada Gambar 1, untuk memilih perhitungan dengan metode Pohon Binomial.

```
Choose method:
1. Binomial
2. Black-Scholes
Insert method (1/2): 1
```

Gambar 1. Tampilan awal program C++

Lalu, harus dilakukan *input* data yang dibutuhkan, yaitu *Current Stock Price* (S_0 sebesar 291.52, *Strike Price* (K)=105, *Time to expiry* (t)=0,766871166, *Risk-free Interest Rate* (r)=1,56%, dan *Volatility* (σ)=0,300727. Setelah semua data diinputkan, akan muncul *Call Price* sebagai *output*. *Call Price* adalah harga Opsi Beli yang dicari sebesar 187,11. *Output* program pada Gambar 2.

```

Choose method:
1. Binomial
2. Black-Scholes
Insert method (1/2): 1

===Binomial Method===
Current Stock Price: 291.52
Strike Price: 105
Time to expiry: 0.766871166
Risk-free Interest Rate: 0.0156
Volatility: 0.300727

Call price is: 187.11
-----

```

Gambar 2. Output program C++ untuk metode pohon binomial

3.2. Perhitungan dengan Metode *Black-Scholes*

3.2.1. Perhitungan dengan Metode *Black-Scholes* dengan *Microsoft Excel*

Untuk melakukan perhitungan dengan metode ini, pertama cari nilai dari d_1 dan d_2 dengan persamaan (13) dan (14). Hasil perhitungan disajikan dalam Tabel 6.

Tabel 6. Hasil perhitungan d_1 dan d_2

N	Close	d_1	d_2
0	157.919998	1.42322943	1.081186237
1	142.190002	1.117481458	0.775963275
⋮	⋮	⋮	⋮
249	289.799988	6.219062288	6.052829184
250	291.519989	6.294213672	6.129063531

Selanjutnya, cari nilai dari $N(d_1)$ dan $N(d_2)$ dengan bantuan NORM.DIST pada *Microsoft Excel*. Setelah didapat nilai $N(d_1)$ dan $N(d_2)$, lakukan perhitungan untuk harga Opsi Beli (C) dengan persamaan (15). Hasil perhitungan disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7. Hasil perhitungan $N(d_1)$, $N(d_2)$, dan C

N	$N(d_1)$	$N(d_2)$	C
0	0.922665172	0.860192861	57.19151106
1	0.868105738	0.781114665	43.05253311
⋮	⋮	⋮	⋮
249	1	1	185.299297
250	1	1	187.0128287

Dari Tabel 7 dapat dilihat pada $N = 250$ nilai $C = 187.0128287$ artinya pada saat hari ke-250, nilai harga Opsi Beli dengan Metode *Black-Scholes* adalah \$187.0128287.

3.2.2. Perhitungan dengan Metode *Black-Scholes* dengan Program C++

Untuk melakukan perhitungan harga Opsi Beli dengan program C++, pertama, buka program yang sudah dibuat. Kali ini, lakukan *input* angka "2" untuk memilih perhitungan dengan metode *Black-Scholes*. Tampilan awalnya program C++ pada Gambar 3.

```

Choose method:
1. Binomial
2. Black-Scholes
Insert method (1/2): 2

```

Gambar 3. Tampilan Awal Program C++

Lalu, dilakukan *input* data yang dibutuhkan, yaitu *Current Stock Price* (S_0) sebesar 291.52, *Strike Price* (K)=105, *Time to expiry* (t)=0,301587302, *Risk-free Interest Rate* (r)=1,56%, dan *Volatility* (σ)=300727. Setelah semua data diinputkan, akan muncul *Call Price* sebagai *output*. *Call Price* adalah harga Opsi Beli yang dicari yaitu sebesar \$187.013. *Output* programnya pada Gambar 4.

```
Choose method:
1. Binomial
2. Black-Scholes
Insert method (1/2): 2

===Black-Scholes Method===
Current Stock Price: 291.52
Strike Price: 105
Time to expiry: 0.301587302
Risk-free Interest Rate: 0.0156
Volatility: 0.300727

Call price is: 187.013
-----
```

Gambar 4. Output program C++ untuk metode *black-scholes*

KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diambil dari hasil pembahasan dalam perhitungan Harga Opsi Beli menggunakan Metode Pohon Binomial dan Metode *Black-Scholes* berturut-turut apabila dengan bantuan *Microsoft Excel* adalah \$187.1095, dan \$187.0128., sedangkan dengan bantuan program C++, adalah \$187.11, dan \$187.013.

Dari harga-harga tersebut, dapat dilihat bahwa Harga Opsi Beli yang dihasilkan hampir sama, yaitu berkisar di \$187, baik itu menggunakan program C++ atau dengan bantuan *Microsoft Excel*, oleh karena itu maka kedua metode tersebut dapat digunakan.

REKOMENDASI

Rekomendasi dari hasil penelitian ini, disarankan kepada Apple Inc. (AAPL) khususnya atau kepada perusahaan yang lainnya dalam penentuan Harga Opsi Beli dapat dipilih salah satu metode, apakah Metode Pohon Binomial atau Metode *Black-Scholes*. Selanjutnya gunakan metode yang lebih tinggi lagi misalnya metode Trinomial, multinomial, atau Crank Nicolson.

UCAPAN TERIMAKASIH

Ucapan Terima kasih penulis sampaikan kepada Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat Direktorat Jenderal Riset dan Pengembangan Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi yang telah mendanai penelitian ini melalui Penelitian Dasar Unggulan Perguruan Tinggi (PDUPT) tahun 2021 dengan nomor kontrak.1207/UN6_3.1/PT.00/2021

DAFTAR PUSTAKA

- Cox, J. C., Ross, S. A., & Rubinstein, M. (1979). Option pricing: a simplified approach. *Journal of Financial Economics* 7, 229-263.
- Emmanuel, F. S., Adedoyin, A. O., & Hamed, O. O. (2014). Performance measure of binomial model for pricing. *Applied and Computational Mathematics*, 3(6-1), 18-30. doi:10.11648/j.acm.s.2014030601.14
- Hull, J. C. (2012). *Options, Futures, and other derivatives (9th Edition)*. Pearson Education.
- Krznicaric, M. J. (2016). Comparison of option price from *black-scholes*. Model to actual values. *Honors Research Projects*. 396. http://ideaexchange.uakron.edu/honors_research_projects/396
- Sulaiman, H., Hartono, W., & Raharjo, J. F. (2017). Penerapan dari model matematika pengendalian persediaan barang (inventory model) pada system produksi di PD Handi Meubel Cirebon). *Teorema: Teori dan Riset Matematika*, 1(2), 11-24.